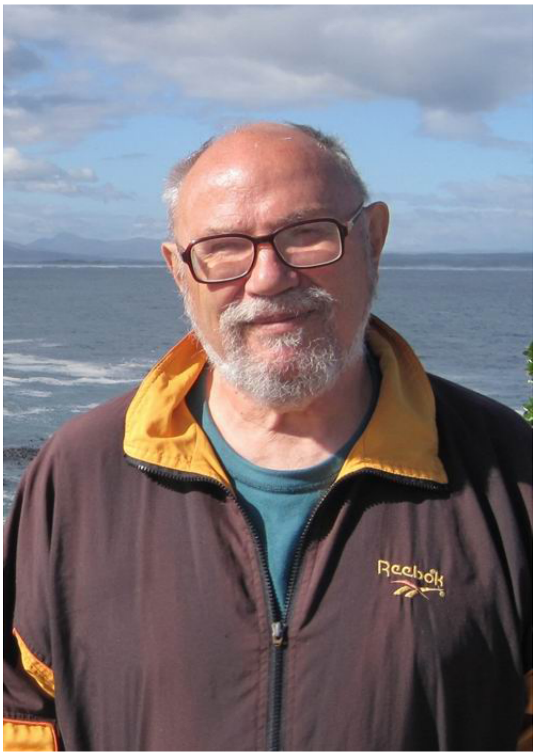
ПЕРСОНАЛИИ

DOI: 10.14529/mmp18014



ЧИСТЯКОВ
ВИКТОР ФИЛИМОНОВИЧ
(к 70-летию)

Дело не в дороге, которую мы выбираем; то,
что внутри нас, заставляет нас выбирать дорогу.
О. Генри «Дороги, которые мы вибираем»

Виктор Филимонович Чистяков родился 20 августа 1948 г. в городе Зима Иркутской области. В 1965 г. он экстерном окончил среднюю школу и поступил на геологоразведочный факультет Иркутского политехнического института по специальности «Разведочная геофизика». По окончании института в 1970 г. был призван в ряды Советской Армии. После службы имел значительные проблемы со здоровьем, не позволявшие продолжить работу по специальности. В 1973 г. он был принят на второй курс математического факультета Иркутского государственного университета по специальности «Прикладная математика». Во время учебы в университете Виктор Филимонович специализировался в разделах математики, связанных с численным решением начальных и краевых задач для дифференциальных уравнений. Начиная с 4-го курса начал заниматься научной работой по тематике, предложенной известным математиком Юрием Еремеевичем Бояринцевым. Под его руководством была выполнена дипломная работа о вырожденных системах линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с постоянными коэффициентами.

В 1977 г., после окончания университета, Виктор Филимонович получает назначение на должность стажера-исследователя в лабораторию вычислительной математики под руководством Ю.Е. Бояринцева в Сибирском энергетическом институте

Сибирского отделения Академии наук СССР. В 1975 г. в институте был сформирован Отдел теории систем и кибернетики, преобразованный в 1980 г. в самостоятельный научно-исследовательский институт – Иркутский вычислительный центр СО АН СССР (в настоящее время – Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН). Здесь за свою научную карьеру Виктор Филимонович последовательно прошел весь путь от младшего научного сотрудника до заведующего лабораторией и главного научного сотрудника. Свои исследования он начал с работ по изучению вырожденных систем ОДУ, включая начальные и краевые задачи для них, с целью построения эффективных численных методов для их решения. Под вырожденными системами ОДУ здесь понимаются системы с особенной матрицей при старших производных искомой вектор-функции. Ниже в общем случае под вырожденными системами ОДУ понимаются системы, не разрешенные относительно старшей производной искомой вектор-функции, с тождественно вырожденной во всей области определения матрицей Якоби по старшей производной. Такие задачи являются некорректными: сколь угодно малые возмущения входных данных могут приводить к сколь угодно большим изменениям решений или их несуществованию.

Для обозначения объекта исследования в нашей и зарубежной литературе использовались и используются другие термины: «дескрипторные системы» [10], «алгебро-дифференциальные системы» [8, 9], «сингулярные системы» [11] и даже «неявные системы ОДУ». Здесь мы используем термин ДАУ.

В семидесятые годы XX-го столетия наблюдался взрывной рост числа работ, содержащих результаты исследований ДАУ. В отечественной и зарубежной литературе были уже опубликованы работы по применению для численного решения ДАУ разностных методов, используемых для решения ОДУ в нормальной форме, в частности, основанных на формуле «дифференцирования назад». Однако эти работы носили экспериментальный характер. Положение осложнялось тем, что не существовало конструктивных теорем существования. Ввиду этого обстоятельства, параллельно конструированию численных методов создавалась качественная теория вырожденных систем. Систематическое исследование ДАУ с теоретических позиций и построение численных методов их решения началось независимо друг от друга группами математиков в СССР (Ю.Е. Бояринцев, В.М. Корсуков [1], Ю.Д. Шлапак [14], В.П. Скрипник [13]) и США (C.W. Gear [16], S.L. Campbell, L.R. Petzold [15]), хотя отдельные результаты были получены значительно ранее (Н.Н. Лузин [6], Ф.Р. Гантмахер [2]). Несколько позднее активно работающие в этой области математики появились в Германии (R. März, E. Griepentrog [22], M. Hanke [19], R. Lamour [21], P. Kunkel, V. Mehrmann [20]), а также в других странах, например, в Швейцарии (C. Lubich, M. Roche, E. Hairer, G. Wanner [18]). Отметим также, что параллельно шло интенсивное развитие теории дифференциальных уравнений в бесконечномерных пространствах с необратимым оператором при производной старшей степени искомой функции в СССР (С.Г. Крейн [4], Г.А. Курина [5], А.Г. Руткас [7], Н.А. Сидоров [12] и его ученики, Г.А. Свиридюк [23] и его ученики, С.В. Успенский, Г.В. Демиденко [3]) и за рубежом (A. Favini, A. Yagi [24], R.E. Showalter [25]). Интерес к теории ДАУ и их численным методам стимулировался прежде всего проблемами математического моделирования в прикладных областях, в частности, в теориях электронных схем и электрических цепей, математической экономике, механике и химической кинетике, гидродинамике и теплотехнике.

Научная деятельность Виктора Филимоновича развивалась при следующих обстоятельствах. Практически одновременно в СССР и США были построены общие решения линейных ДАУ с постоянными коэффициентами в конечной форме, включая случай, когда число уравнений не совпадает с размерностью искомой вектор-функции. При этом формулы решений были выписаны с использованием различных обобщенных матриц (полуобратных, матрицы Дразина и ее обобщением на прямоугольный случай, которое было введено Ю.Е. Бояринцевым). Структура общего решения ДАУ для систем с постоянными коэффициентами полностью определяется кронекеровой канонической формой пучка матриц коэффициентов. Попытка построения решений ДАУ более общего вида по той же методике натолкнулась на препятствие: кронекерова структура пучка матриц коэффициентов неинвариантна относительно преобразований, использующих неособенные замены переменных в ДАУ уже в линейном случае. В лаборатории Ю.В. Бояринцева был выбран подход, который базировался на выделении классов ДАУ с определяемым по кронекеровой структуре характером решения. В этом контексте можно выделить следующие периоды научной деятельности В.Ф. Чистякова.

I. 1977 – 1985. В этот период им изучается класс ДАУ первого порядка, у которых размерность многообразия решений (пространства решений в линейном случае) совпадает с рангом матрицы Якоби по производной. Оказалось, что необходимым и достаточным признаком этого класса является равенство ранга матрицы Якоби и степени характеристического полинома. Этот признак впоследствии получил название критерий «ранг-степень», при этом пучок матриц Якоби по производной и решению имеет индекс 1. Данное определение индекса известно также как «индекс Чистякова». Начальные и краевые условия для ДАУ нельзя выбирать произвольно. Были разработаны способы проверки совместности начальных и краевых условий с заданным ДАУ. Для разрешимости начальной задачи в этом случае необходимо и достаточно разрешимости конечной системы, получаемой из ДАУ подстановкой в нее начальных данных в виде критерия Кронекера – Капелли. Для этого класса ДАУ (линейных и нелинейных) В.Ф. Чистяковым впервые были обоснованы аналоги неявного метода Эйлера и трапеций, метода Ньютона для нелинейных ДАУ и метода наименьших квадратов с выбором функционала невязки в пространстве интегрируемых с квадратом функций. Для минимизации функционала использовался вариант метода градиентного спуска с соответствующим обоснованием. В линейном случае было доказано, что параметр шага сетки дискретизации можно рассматривать как параметр регуляризации. Установлена функциональная зависимость между уровнем входных возмущений и шагом сетки. Эти методы в значительной степени стали базой пакета прикладных программ SINODE для решения начальных и краевых задач для ДАУ. SINODE содержал программы исследования ДАУ на принадлежность классу уравнений, удовлетворяющих критерию «ранг-степень», проверки совместности начальных данных с ДАУ и критерии выбора численного метода с выбором шага интегрирования на основе варианта метода Рунге. На основе этих исследований в 1985 г. Виктор Филимонович защитил кандидатскую диссертацию [26].

II. 1986 – 1996. Для линейных ДАУ первого порядка в предыдущий период исследований был установлен следующий факт: если пространство решений линейных ДАУ конечномерно, то на любом подотрезке области определения можно указать отрезок, на котором общее решение представимо в виде суммы матрицы полного ранга, умноженной на вектор произвольных постоянных соответствующей размерности и интегро-дифференциального оператора (ИДО), действующего на свободный член. Эту конструкцию В.Ф. Чистяков назвал общим решением типа Коши. Задачей этого этапа стало выяснение условий, при которых на всем отрезке определения линейных ДАУ существует общее решение типа Коши. Достаточным условием является выполнение критерия «ранг-степень» при постоянстве ранга матрицы при производной искомой вектор-функции на отрезке определения ДАУ: размерность вектора произвольных постоянных равна рангу матрицы при производной и ИДО имеет нулевой порядок. Методы исследования, основанные на изучении кронекеровой структуры пучка матриц коэффициентов здесь не годились. Основным средством исследования в линейном и нелинейном случаях стало построение продолженных систем. Совокупность самой системы и ее полных производных по независимой переменной до порядка i включительно, называется i-продолженным ДАУ. Использование продолженных систем восходит еще к А. Картану. В последующем этот метод в теории ДАУ широко применялся различными авторами. В терминах рангов матриц Якоби продолженных систем по совокупным векторам решения и производных решения («ранговые признаки I, II») получены необходимые и достаточные условия конечномерности и бесконечномерности пространства решений ДАУ, а также условия существования решения типа Коши. Введено фундаментальное определение левого регуляризирующего оператора (ЛРО), под которым понимается дифференциальный оператор с матричными коэффициентами, переводящий исходное ДАУ в систему ОДУ в нормальной форме. Порядок ЛРО называется индексом ДАУ и в случае линейных ДАУ с постоянными матрицами коэффициентов совпадает с индексом пучка матриц коэффициентов. Были указаны способы вычисления коэффициентов ЛРО и размерности пространства решений и показано, что оператор линейных ДАУ нетеров (фредгольмов), а его нетеров индекс совпадает с размерностью пространства решений ДАУ, если для ДАУ определен ЛРО. При этом размерности пространств решений с аналитическими матрицами коэффициентов складываются при перемножении операторов ДАУ. Доказана локальная теорема о существовании решений у квазилинейных ДАУ, ЛРО которых разлагается на квазилинейные множители первого порядка.

Результаты изучения ДАУ были применены для исследования простейшей задачи вариационного исчисления с функционалом при предположении, что на всем отрезке интегрирования нарушается усиленное условие Лежандра. Изучена связь индекса (неразрешенности) уравнения Якоби с неотрицательностью квадратичного функционала; формализовано понятие особой точки ДАУ и дана классификация особых точек. Под особой точкой понимается точка, в которой решения теряют единственность (ветвятся), имеют разрывы второго рода. Наличие точки меняет размерность пространства решений ДАУ. Показано, что любая изолированная точка нарушения критерия «ранг-степень» совпадет с особой точкой ДАУ. Установлено, что изолированные точки нарушения ранговых признаков I, II, являются особыми точками.

Особо стоит отметить, что в этот период в рамках исследования обобщенных решений ДАУ начато исследование систем интегральных уравнений Вольтерра с вырожденной матрицей на всем отрезке определения при главном члене. Такие обьекты получили название интегро-алгебраических уравнений (ИАУ). В работах 1987 и 1989 гг. указаны условия разрешимости ИАУ при выполнении критерия «ранг-степень» и более общего случая при условии существования ЛРО, сводящего исходное ИАУ к системе уравнений Вольтерра второго рода. Доказаны достаточные ранговые критерии существования ЛРО и указаны способы вычисления коэффициентов ЛРО. Важным обстоятельством оказался тот факт, что левый обратный оператор к операторам ДАУ и ИАУ при условии существования ЛРО является интегродифферениальным оператором (ИДО) с тождественно вырожденной матрицей при старшей производной. В рамках этого подхода построено некоммутативное кольцо линейных ИДО и в нем выделена полугруппа ИДО, каждый из которых имеет левый обратный оператор из кольца. Доказано, что необходимым и достаточным условием принадлежности ИДО к полугруппе является существование соответстующим образом определенного ЛРО.

В рамках построения и исследования численных методов разработаны способы проектирования начальных данных на многообразия допустимых начальных данных в случае их несовместности. Выявлены основные препятствия на пути построения эффективных численных методов, и выделены классы ДАУ и ИАУ, допускающие применение аналогов известных численных методов (Адамса, Рунге – Кутты и т.д.). Основное внимание было направлено на изучение методов на основе сплайн-коллокации (совместно с М.В. Булатовым). Пакет программ SINODE был существенно переработан и преобразован в программный комплекс SINUS. Существенным дополнением к нему стала программа решения начальных задач для ДАУ на основе сплайн-коллокации с автоматическим выбором порядка и шага интегрирования. Исследования данного периода подытожены в монографии [27].

III. 1997 – 2003. Основным содержанием работ этого этапа являлось перенесение результатов, полученных в 1986 – 1996 г. на случай гладких входных данных. Было доказано, что ранговые критерии являются необходимыми и достаточными и для гладких входных данных. Доказано, что при достаточной гладкости входных данных ЛРО определен на всем отрезке определения, если на этом отрезке определено общее решение системы типа Коши (верно и обратное утверждение). Большое внимание было уделено проведению прикладных работ в сотрудничестве с Лабораторией парогенерирующих систем СЭИ СО РАН под руководстком Э.А. Таирова. Была поставлена задача моделирования блока теплоэлектростанции (ТЭС). Общая модель включала в себя следующие компоненты: модели гидравлических систем прямоточного и барабанного котлов, системы регенерации, модели систем пылеприготовления, топки, теплообменников (поверхностных и объемных), турбины и генератора. В совокупности такая общая модель могла быть записана в виде дифференциально-алгебраического уравнения с 400 – 500 динамическими переменными. Одновременно разрабатывались численные методы для таких матмоделей. Основное требование, которое необходимо было выполнить, – проведение расчетов в режиме реального времени. На основе этой модели был создан тренажер для операторов управления паровым котлом и турбиной ТЭС. Результаты данного периода наиболее полно отражены в монографиях [8, 9]. На основе этих исследований В.Ф. Чистяков в 2002 г. в ИДСТУ СО РАН защитил докторскую диссертацию [28].

IV. 2004 – 2018. Проведенные работы в области матмоделирования стимулировали дальнейшие теоретические исследования. Модели ТЭС зависели от большого количества параметров, поэтому в этот период активно изучались ДАУ, зависящие от параметров. Введено понятие обобщенной канонической формы для линейных ДАУ с переменными коэфициентами, сохраняющее основные черты Кронекеровой структуры для ДАУ с постоянными коэффициентами. Исследован метод регуляризации А.Н. Тихонова, когда поиск решения ДАУ заменяется задачей минимизации функционала, зависящего от некоторого параметра. Получены условия непрерывной зависимости решений от параметров, и доказан ряд аналогов теорем о нелокальной разрешимости нелинейных ДАУ и теорем теории устойчивости. Вторым важным направлением стало исследование ДАУ в частных производных. Модели поверхностных теплообменников с сосредоточенными параметрами давали неверную картину не только с количественной, но даже с качественной точки зрения при резких (глубоких) возмущениях входных параметров (питательная вода, расход топлива, описание аварийных ситуаций). Это потребовало построения моделей, включающих в себя уравнения в частных производных. Новые модели блока ТЭС включали уравнения в частных производных, ОДУ по пространственным и временным переменным и алгебраические уравнения. Такие системы можно записать в виде ДАУ в частных производных, для которых были получены следующие качественные результаты: установлены условия разрешимости систем с постоянными коэффициентами и некоторых классов систем с переменными коэффициентами с гиперболической внутренней структурой; введено понятие индекса для таких ДАУ, которое обобщается на случай произвольных ДАУ эволюционного типа. По данному направлению под руководством В.Ф. Чистякова было защищено три кандидатские диссертации. Частично результаты отражены в монографии [29].

Таким образом, В.Ф. Чистяков заложил новые направления исследования ДАУ, ИАУ (доказаны первые теоремы о разрешимости таких задач и построены численные методы), интегро-дифференциальных уравнений с тождественно-вырожденной главной частью на основе изучения их продолженных систем. Им введены такие важные понятия, как левый регуляризирующий оператор, решение типа Коши, кольцо интегро-дифференциальных операторов, формализовано понятие особой точки ДАУ и ИАУ. В рамках этих направлений защищены две докторские и три кандидатские диссертации. Виктор Филимонович был научным руководителем кандидатских диссертаций Свининой Светланы Валерьевны, Нгуен Хак Диепа и Нгуен Дык Банга, а также выступал научным консультантом кандидатской диссертации Булатова Михаила Валерьяновича.

Особо следует отметить, что Виктор Филимонович Чистяков, по признанию большинства его учеников и коллег, замечательный наставник. Его стремление научить, готовность помочь, широкие познания не только в математике, но и прикладных областях всегда помогали в решении труднейших задач, в то время как его потрясающая эрудиция в области истории, музыки и литературы делает его интереснейшим собеседником.

Желаем Виктору Филимоновичу крепкого здоровья, творческих успехов, новых математических открытий и достижений!

Булатов М.В., Келлер А.В., Косов А.А., Лакеев А.В., Левин А.А., Нгуен Хак Диеп, Нгуен Дык Банг, Манакова Н.А., Рудых Г.А., Семенов Э.И., Соловарова Л.С., Чистякова Е.В.

Литература

1. Бояринцев, Ю.Е. Применение разностных методов к решению регулярных систем обыкновенных дифференциальных уравнений / Ю.Е. Бояринцев, В.М. Корсуков // Вопросы прикладной математики. – Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1975. – С. 140–152.
2. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1967.
3. Демиденко, Г.В. Уравнения и системы, не разрешенные относительно производной / Г.В. Демиденко, С.В. Успенский. – Новосибирск: Научная книга, 1998.
4. Крейн, С.Г. Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения в банаховых пространствах / С.Г. Крейн, Н.И. Чернышев. – Новосибирск, 1979. – 18 с. – (Препринт, Институт математики, СО РАН СССР).
5. Курина, Г.А. Применение метода шатров к задаче оптимального управления для одного дифференциального уравнения с вырожденной матрицей при производной / Г.А. Курина // Дифференциальные уравнения. – 1979. – Т. 15, № 4. – С. 600–608.
6. Лузин, Н.Н. К изучению матричной теории дифференциальных уравнений / Н.Н. Лузин // Автоматика и телемеханика. – 1940. – № 5. – С. 3–66.
7. Руткас, А.Г. Задача Коши для уравнения $Ax'(t) + Bx(t) = f(t)$ / А.Г. Руткас // Дифференциальные уравнения. – 1975. – Т. 11, № 11. – С. 1996–2010.
8. Бояринцев, Ю.Е. Алгбро-дифференциальные системы: методы решения и исследования / Ю.Е. Бояринцев, В.Ф. Чистяков. – Новосибирск: Наука, 1998.
9. Чистяков, В.Ф. Избранные главы теории алгебро-дифференциальных систем / В.Ф. Чистяков, А.А. Щеглова. – Новосибирск: Наука, 2003.
10. Белов, А.А. Дескрипторные системы и задачи управления / А.А. Белов, А.П. Курдюков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015.
11. Свиридюк, Г.А. Об одной сингулярной системе обыкновенных дифференциальных уравнений / Г.А. Свиридюк // Дифференциальные уравнения. – 1987. – Т. 23, № 9. – С. 1637–1639.
12. Сидоров, Н.А. Об одном классе вырожденных дифференциальных уравнений с конвергенцией / Н.А. Сидоров // Математические заметки. – 1984. – Т. 35, вып. 4. – С. 569–579.
13. Скрипник, В.П. Вырожденные линейные системы / В.П. Скрипник // Известия вузов. Серия: Математика. – 1982. – № 3. – С. 62–67.
14. Шлапак, Ю.Д. О периодических решениях нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, не разрешенных относительно старшей производной / Ю.Д. Шлапак // Украинский математический журнал. – 1974. – Т. 26, № 6. – С. 850–854.
15. Campbell, S.L. Canonical Forms and Solvable Systems of Differential Equations / S.L. Campbell // SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods. – 1983. – № 4. – P. 517–521.
16. Gear, C.W. The Simultaneous Numerical Solution of Differential Algebraic Equations / C.W. Gear // IEEE Transactions on Circuit Theory, CT-18. – 1971. – P. 89–95.
17. Griepentrog, E. Differential-Algebraic Equations and Their Numerical Treatment / E. Griepentrog, R. März. – Teubner; Leipzig, 1986.
18. Hairer, E. The Numerical Solution of Differential-Algebraic Systems by Runge–Kutta Methods / E. Hairer, C. Lubich, M. Roche. – Berlin: Springer, 1989.
19. Hanke, M. On a Least-Squares Collocation Method for Linear Differential-Algebraic Equations / M. Hanke // Numerische Mathematik. – 1989. – V. 54, № 1. – P. 79–90.
20. Kunkel, P. Differential-Algebraic Equations – Analysis and Numerical Solution / P. Kunkel, V. Mehrmann. – Zurich: EMS Publishing House, 2006.

21. Lamour, R. A Well-Posed Shooting Method for Transferable DAEs / R. Lamour // *Numerische Mathematik.* – 1991. – № 59. – P. 815–829.

22. März, R. Multistep Methods for Initial Value Problems in Implicit Differential Algebraic Equations / R. März // Beitrage zur num. mathem. – 1984. – № 12. – P. 107–123.

23. Sviridyuk, G. Linear Sobolev Type Equations and Degenerate Semigroups of Operators / G. Sviridyuk, V. Fedorov. – Utrecht; Boston; Köln; Tokyo: VSP, 2003.

24. Favini, A. *Degenerate Differential Equations in Banach Spaces* / A. Favini, A. Yagi. – N.Y.: Marcel Dekker Inc., 1999.

25. Showalter, R.E. Nonlinear Degenerate Evolution Equations and Partial Differential Equations of Mixed Type / R.E. Showalter // SIAM Journal of Mathematical Analysis. – 1975. – № 6. – P. 25–42.

26. Чистяков, В.Ф. О методах численного решения и исследования сингулярных систем обыкновенных дифференциальных уравнений: дис. ... канд. физ.-мат. наук / В.Ф. Чистяков. – Иркутск, 1985.

27. Чистяков, В.Ф. Алгебро-дифференциальные операторы с конечномерным ядром / В.Ф. Чистяков. – Новосибирск: Наука, 1996.

28. Чистяков, В.Ф. Системы интегро-дифференциальных уравнений с тождественно вырожденной главной частью: дис. ... д-ра физ.-мат. наук / В.Ф. Чистяков. – Иркутск, 2002.

29. Pjesic, M.R. Dinamicka analiza posebnih klasa linearnih singularnih sistema sa cistim vremenskim kasnjenjem: stabilnost i robustnost / M.R. Pjesic, V.F. Chistyakov, D.Lj. Debeljkovic. – Univerzitet u Beogradu, Masinski fakultet, 2008.