

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРИКАМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ. ЧАСТЬ 1**

*А.М. Липанов<sup>1</sup>, С.Ю. Дадикина<sup>2</sup>, А.А. Шумихин<sup>2</sup>, М.Р. Королева<sup>2</sup>,  
А.И. Карпов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва,  
Российская Федерация

<sup>2</sup>Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН, г. Ижевск,  
Российская Федерация

В работе представлена методика моделирования трехмерных внутренних нестационарных турбулентных течений, в частности, течения продуктов сгорания в твердотопливном ракетном двигателе. Приведена система определяющих уравнений, описывающая поток сжимаемого вязкого газа, записанная в цилиндрической системе координат. Предложен вычислительный алгоритм, разработанный на основе модифицированной схемы расщепления векторов потоков, относящийся к классу методов, использующих подход Годунова. Данный алгоритм пригоден для сквозного расчета внутреннего течения по всему тракту ракетного двигателя, включающего как зоны дозвукового течения в камере, так и зону сверхзвукового течения в сопле. Полученные результаты численного моделирования внутреннего турбулентного течения газа в модельном ракетном двигателе показывают осциллирующий ударно-волновой характер процессов, протекающих в камере двигателя на начальном этапе работы. Определено время выхода двигателя на стационарный режим.

*Ключевые слова: внутрикамерные процессы; турбулентность; нестационарное течение; вычислительная гидрогазодинамика.*

## Введение

Для исследования газодинамических процессов, протекающих в различных технических устройствах и установках, в том числе в твердотопливных ракетных двигателях (РДТТ), важное значение имеет численное моделирование трехмерных внутренних турбулентных потоков. Трудности, связанные с постановкой физического эксперимента, выдвигают на ведущий план развитие методов математического моделирования таких течений. Улучшение рабочих характеристик РДТТ, снижение материальных затрат при разработке новых двигателей, сокращение сроков их отработки в значительной степени зависят от корректности численных исследований процессов, протекающих в двигателе, от реализуемой точности проводимых расчетов. Моделирование процесса выхода РДТТ на стационарный режим работы представляет задачу высокой сложности. Сложность моделирования течения продуктов сгорания в РДТТ обусловлена турбулентным характером течения, нестационарностью протекающих в тракте двигателя процессов, влиянием градиентов давления [1–6]. Значительный интерес также представляет и изучение влияния вдува продуктов сгорания в камеру двигателя на параметры турбулентного потока в каналах с геометрически сложной формой. Разработка новых методик для численного решения задач гидрогазодинамики всегда является актуальной задачей. С одной стороны, это объясняется необходимостью совершенствования известных, хорошо зарекомендовавших себя методов, в плане более эффективного использования ими увеличивающихся вычислительных

возможностей компьютеров, с другой стороны, программной реализацией новых, обусловленных современными практическими потребностями более сложных постановок решаемых задач.

Конфигурации внутренних поверхностей реальных двигателей имеют достаточно сложную геометрию. Течение продуктов сгорания в РДТТ имеет существенно дозвуковые области, области высоких дозвуковых скоростей и область соплового сверхзвукового течения. Проведение численного моделирования потока газа во всех этих областях в рамках единого алгоритма является сложной задачей, но успехи современной вычислительной гидрогазодинамики и растущая вычислительная мощность компьютерной техники побуждают к разработке математических моделей и алгоритмов, обеспечивающих сквозной расчет внутренних течений в ракетных двигателях.

В данной работе для моделирования турбулентного течения в тракте модельного твердотопливного двигателя предложен вычислительный алгоритм, основанный на численном интегрировании уравнений сохранения, записанных в цилиндрической системе координат [5, 7–10]. Во всех существенно нестационарных течениях возникают пульсации параметров потока, что накладывает определенные требования к используемой методике. Предложенный алгоритм пригоден для сквозного расчета всего тракта двигателя, как дозвукового течения в камере двигателя, так и сверхзвукового в сопле, при наличии пульсаций давления без введения искусственной вязкости. Алгоритм основан на модифицированном методе расщепления векторов потоков, относящимся к классу методов, использующих подход Годунова [11–14]. Для обеспечения достоверности получаемых результатов при создании методик численного исследования, предназначенных для моделирования течений в зарядах реальных конфигураций, проводится проверка корректности математической модели и тестирование вычислительного алгоритма на модельных задачах. В работе приведены результаты исследований внутрикамерного нестационарного течения сжимаемого вязкого газа в модельном ракетном двигателе.

## 1. Постановка задачи

Для моделирования трехмерного течения продуктов сгорания в камере РДТТ использовалась система уравнений гидромеханики в цилиндрической системе координат. В векторном виде система записывается следующим образом

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + F_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial x} r L_x + \frac{\partial}{\partial r} r L_r + \frac{\partial}{\partial \theta} L_\theta \right) + L_{\theta\theta}, \quad (1)$$

где  $Q$  – вектор гидромеханических параметров (ГМП);  $F_x$ ,  $F_r$ ,  $F_\theta$ ,  $F_{\theta\theta}$  – векторы конвективных потоков;  $L_x$ ,  $L_r$ ,  $L_\theta$ ,  $L_{\theta\theta}$  – векторы диффузионных потоков;  $x$ ,  $r$ ,  $\theta$  – продольная, радиальная и угловая координаты;  $t$  – время. Векторы ГМП, конвективных и диффузионных потоков имеют вид

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{bmatrix}, F_x = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho uh \end{bmatrix}, F_r = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ \rho vh \end{bmatrix}, F_\theta = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ \rho wh \end{bmatrix}, F_{\theta\theta} = \frac{\rho}{r} \begin{bmatrix} v \\ uv \\ v^2 - w^2 \\ 2vw \\ vh \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$L_x = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xr} \\ \tau_{x\theta} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xr} + w\tau_{x\theta} \end{bmatrix}, \quad L_r = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{rx} \\ \tau_{rr} \\ \tau_{r\theta} \\ u\tau_{rx} + v\tau_{rr} + w\tau_{r\theta} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$L_\theta = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{\theta x} \\ \tau_{\theta r} \\ \tau_{\theta\theta} \\ u\tau_{\theta x} + v\tau_{\theta r} + w\tau_{\theta\theta} \end{bmatrix}, \quad L_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\tau_{\theta\theta} \\ \tau_{\theta r} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь  $u, v, w$  – компоненты вектора скорости,  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность,  $e$  – удельная энергия,  $h$  – удельная энтальпия,  $\tau_{xx}, \tau_{rx}, \tau_{\theta x}, \tau_{xr}, \tau_{rr}, \tau_{\theta r}, \tau_{x\theta}, \tau_{r\theta}, \tau_{\theta\theta}$  – компоненты тензора вязких напряжений.

Компоненты тензора вязких напряжений вычисляются так

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \Omega, & \tau_{xr} &= \tau_{rx} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right), \\ \tau_{rr} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \Omega, & \tau_{x\theta} &= \tau_{\theta x} = \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ \tau_{\theta\theta} &= 2\mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{v}{r} \right) - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \Omega, & \tau_{r\theta} &= \tau_{\theta r} = \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости,  $\Omega = (u; v; w)$  – вектор скорости. Дивергенция вектора скорости в цилиндрической системе координат определяется формулой

$$\operatorname{div} \Omega = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{v}{r}. \quad (5)$$

Аналогичная система уравнений использовалась в работах [5, 7–10]. Температура и полная удельная энтальпия вычислялись по соотношениям

$$T = \frac{1}{C_v} \left( e - \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right), \quad h = \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} + C_p T. \quad (6)$$

Уравнение состояния записывалось в следующем виде

$$p = \rho(\nu - 1) \left( e - \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right). \quad (7)$$

Здесь  $C_v$  – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме,  $C_p$  – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении,  $T$  – температура,  $R$  – удельная газовая постоянная,  $\nu$  – показатель адиабаты.

## 2. Вычислительный алгоритм

Для расчета векторов конвективных потоков  $F_x, F_r, F_\theta$  (2) использовалась модифицированная схема Стигера – Уорминга (схема расщепления векторов потоков),

предложенная в работах [11, 12]. Применяя уравнение состояния (7), из выражений для векторов (2) можно исключить давление [11]. С использованием взвешивания по Фавру  $\tilde{f} = \rho f / \bar{\rho}$ , вектор  $F_x$  будет записан

$$F_x = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \left( (\nu - 1) \tilde{e} - \frac{\bar{\rho} \tilde{u}}{2} (\nu - 3) \tilde{u}^2 + (\nu - 1) \tilde{v}^2 + (\nu - 1) \tilde{w}^2 \right) \\ \bar{\rho} \tilde{u} \tilde{v} \\ \bar{\rho} \tilde{u} \tilde{w} \\ \bar{\rho} \tilde{u} \tilde{h} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Вектор  $F_x$  можно представить следующим образом

$$F_x = J_x Q, \quad (9)$$

где  $J_x = \frac{\partial F_x}{\partial Q}$  – матрица Якоби. Используя (8), матрица  $J_x$  определяется так [15]

$$J_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu-3}{2} \tilde{u}^2 + \frac{\nu-1}{2} (\tilde{v}^2 + \tilde{w}^2) & -(\nu-3) \tilde{u} & -(\nu-1) \tilde{v} & -(\nu-1) \tilde{w} & \nu-1 & 0 \\ -\tilde{u} \tilde{v} & \tilde{v} & \tilde{u} & 0 & 0 & 0 \\ -\tilde{u} \tilde{w} & \tilde{w} & 0 & \tilde{u} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{h} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Собственные числа матрицы  $J_x$  равны [11]

$$\lambda_{x1} = \lambda_{x2} = \lambda_{x3} = \tilde{u}, \quad \lambda_{x4} = \tilde{u} + \tilde{c}, \quad \lambda_{x5} = \tilde{u} - \tilde{c}, \quad (11)$$

где  $c = (\nu p / \rho)^{1/2}$  – скорость звука. Вектор  $F_x$  может быть записан в следующем виде [11]

$$F_x = J_x Q = G_x \Lambda_x G_x^{-1} Q, \quad (12)$$

где  $G_x$  – матрица правых собственных векторов Якобиана  $J_x$ ;  $G_x^{-1}$  – матрица левых собственных векторов. Собственные числа Якобиана (11) являются диагональными элементами матрицы  $\Lambda_x$

$$\Lambda_x = \begin{bmatrix} \tilde{u} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{u} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{u} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{u} + \tilde{c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{u} - \tilde{c} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Тогда вектор  $F_x$ , с использованием собственных чисел может быть представлен [11]

$$F_x = \frac{\rho}{2\nu} \begin{bmatrix} 2(\nu - 1)\lambda_{x1} + \lambda_{x4} + \lambda_{x5} \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}\tilde{u} + \lambda_{x4}(\tilde{u} + \tilde{c}) + \lambda_{x5}(\tilde{u} - \tilde{c}) \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}\tilde{v} + \lambda_{x4}\tilde{v} + \lambda_{x5}\tilde{v} \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}\tilde{w} + \lambda_{x4}\tilde{w} + \lambda_{x5}\tilde{w} \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}\tilde{h} + \lambda_{x4}\tilde{h} + \lambda_{x5}\tilde{h} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Основной схемы Стигера – Уорминга, как и других алгоритмов, использующих подход Годунова, является расщепление вектора потоков (14) на две части

$$F_x = F_x^+ + F_x^-, \quad (15)$$

где вектор  $F_x^+$  соотносится с вектором, сформированным из положительных собственных чисел матрицы  $J_x$ . Соответственно вектор  $F_x^-$  соотносится с вектором, сформированным из отрицательных собственных чисел. Матрицу  $\Lambda_x$  можно расщепить аналогично

$$\Lambda_x = \Lambda_x^+ + \Lambda_x^-. \quad (16)$$

Тогда векторы  $F_x^+$ ,  $F_x^-$ , входящие в выражение (15), примут вид

$$F_x^+ = (G_x^+) \Lambda_x^+ (G_x^+)^{-1} Q^+, \quad F_x^- = (G_x^-) \Lambda_x^- (G_x^-)^{-1} Q^-. \quad (17)$$

Все собственные числа  $\lambda_x^+$ ,  $\lambda_x^-$ , являющиеся элементами матриц  $\Lambda_x^+$ ,  $\Lambda_x^-$ , определяются следующим образом [11]

$$\lambda_x = \lambda_x^+ + \lambda_x^-, \quad \lambda_x^+ = \frac{\lambda_x + |\lambda_x|}{2}, \quad \lambda_x^- = \frac{\lambda_x - |\lambda_x|}{2}. \quad (18)$$

Используя (14) – (18), векторы можно записать [11]

$$F_x^+ = \frac{\bar{\rho}}{2\nu} \begin{bmatrix} 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^+ + \lambda_{x4}^+ + \lambda_{x5}^+ \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^+ \tilde{u}^+ + \lambda_{x4}^+ (\tilde{u}^+ + \tilde{c}^+) + \lambda_{x5}^+ (\tilde{u}^+ - \tilde{c}^+) \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^+ \tilde{v}^+ + \lambda_{x4}^+ \tilde{v}^+ + \lambda_{x5}^+ \tilde{v}^+ \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^+ \tilde{w}^+ + \lambda_{x4}^+ \tilde{w}^+ + \lambda_{x5}^+ \tilde{w}^+ \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^+ \tilde{h}^+ + \lambda_{x4}^+ \tilde{h}^+ + \lambda_{x5}^+ \tilde{h}^+ \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$F_x^- = \frac{\bar{\rho}}{2\nu} \begin{bmatrix} 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^- + \lambda_{x4}^- + \lambda_{x5}^- \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^- \tilde{u}^- + \lambda_{x4}^- (\tilde{u}^- + \tilde{c}^-) + \lambda_{x5}^- (\tilde{u}^- - \tilde{c}^-) \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^- \tilde{v}^- + \lambda_{x4}^- \tilde{v}^- + \lambda_{x5}^- \tilde{v}^- \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^- \tilde{w}^- + \lambda_{x4}^- \tilde{w}^- + \lambda_{x5}^- \tilde{w}^- \\ 2(\nu - 1)\lambda_{x1}^- \tilde{h}^- + \lambda_{x4}^- \tilde{h}^- + \lambda_{x5}^- \tilde{h}^- \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Для численного интегрирования системы основных уравнений (1) по пространству применялся метод конечных объемов. Для расчета векторов потоков  $F_{i-1/2}^- (Q)$  и  $F_{i+1/2}^+ (Q)$ , соответственно на левой и правой гранях  $I_i$ -го контрольного объема, необходимо определить векторы параметров  $Q_{i-1/2}^-$  и  $Q_{i+1/2}^+$ . Параметры на границах  $I_i$ -го контрольного объема  $Q_{i-1/2}^-$  и  $Q_{i+1/2}^+$  принимались равными в центре ячейки. На рис. 1 показан  $I_i$ -ый контрольный объем и параметры потока газа на его границах.

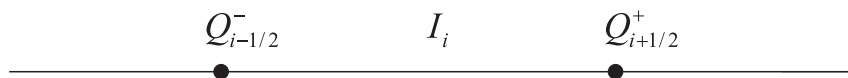


Рис. 1. Параметры потока газа  $Q_{i-1/2}^-$  и  $Q_{i+1/2}^+$  на гранях  $I_i$ -ого контрольного объема

Далее используя выражения (15), (19), (20), вычисляем значения потока  $F_x$ . Аналогичные процедуры производятся для векторов  $F_r$  и  $F_\theta$ . Векторы потоков  $L_x$ ,  $L_r$ ,  $L_\theta$

определяются с использованием центрально-разностной схемы аппроксимации уравнений (3) – (5). Затем рассчитываются элементы вектора переменных  $Q$  и, соответственно, определяются все параметры течения.

Турбулентность моделировалась методом крупных вихрей, являющимся одним из наиболее перспективных методов расчетов турбулентных течений. Данный метод широко используется в практике создания численных методик. Например, он применялся в работах [16–18]. Для моделирования пристеночных течений использовалась локальная модель вихревой вязкости (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity, WALE) [17].

### 3. Результаты расчетов

Расчеты проводились для модельного РДТТ, представленного на рис. 2. Ракетный двигатель имеет заряд твердого топлива зонтичного типа. Длина двигателя составляла 2,5 м. В начальный момент времени температура газа в камере составляла  $T_0 = 294$  К и давление  $p_0 = 10^6$  Па. Шаг по времени задавался равным  $\Delta t = 5,0 \cdot 10^{-7}$  с. Скорость горения топлива определялась по формуле  $\omega = \omega_0 (p/10^5)^{\vartheta}$ , где  $\omega_0$  – скорость горения при атмосферном давлении,  $\vartheta$  – константа. При апробации вычислительной методики полагалось  $w = 0$ .

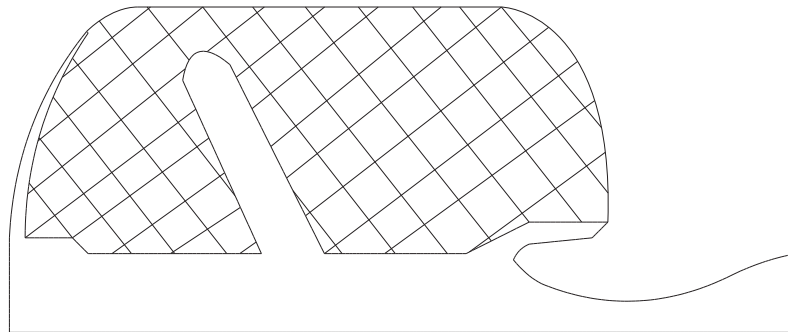
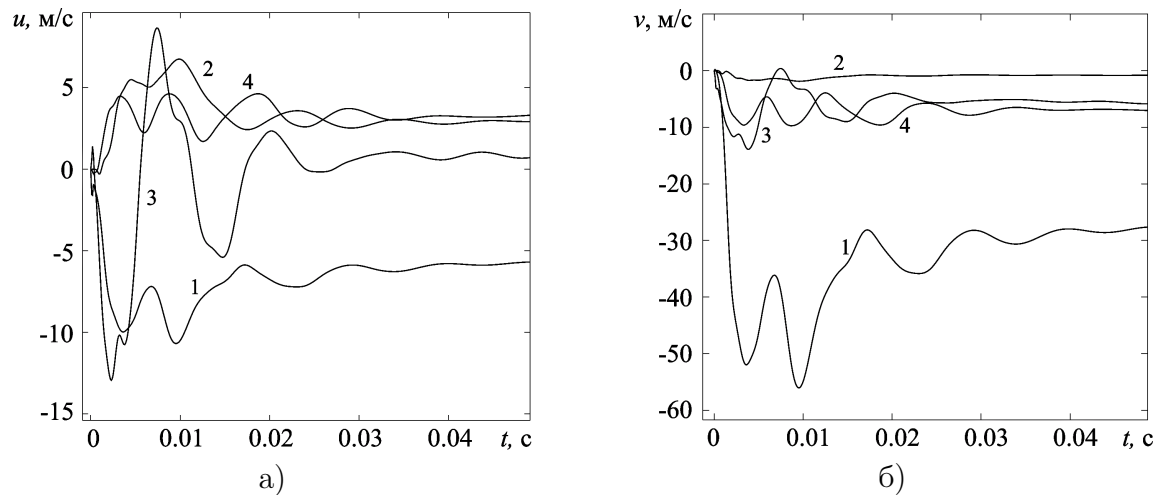
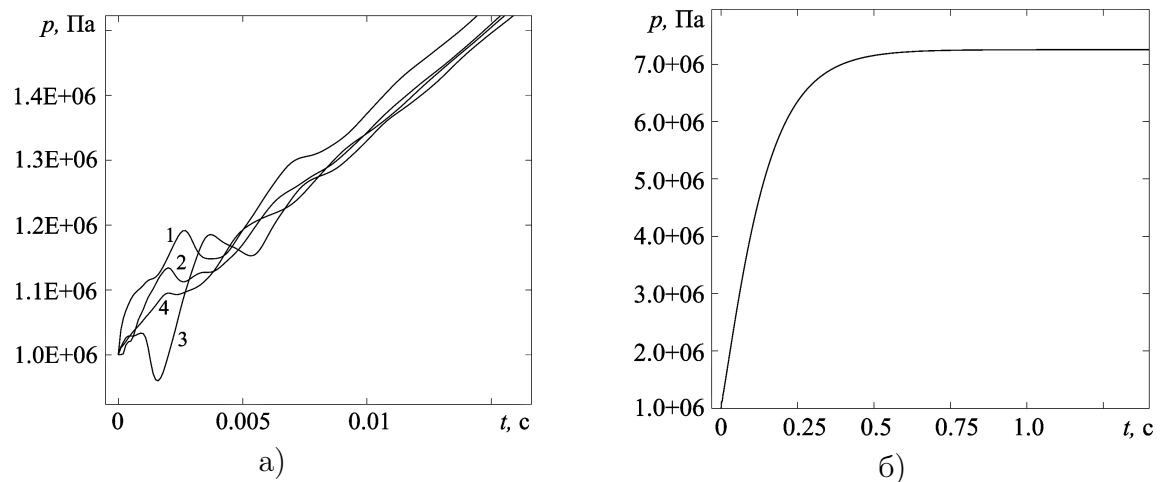


Рис. 2. Схема твердотопливного двигателя

На рис. 3 а), 3 б), 4 а) приведены графики изменения осевой скорости, радиальной скорости и давления в камере на начальном отрезке времени работы двигателя в четырех точках камеры двигателя. В начальной стадии работы двигателя на графиках хорошо заметен ударно-волновой характер процессов, протекающих в камере РДТТ, это связано с отражением волн от элементов камеры и поверхности топлива. Процессы, протекающие в двигателе на начальной стадии работы, существенно нестационарны. Величины параметров потока имеют сильно изменяющийся характер, особенно это заметно на графиках параметров в зазоре между передним днищем и зарядом. На рис. 4 б) приведено изменение давления по времени до выхода двигателя на стационарный режим работы. Время выхода на режим составило  $t \approx 1,1$  с. Для этого момента времени на рис. 5, 7 представлены распределения газодинамических параметров течения продуктов сгорания по всему тракту двигателя, как в камере, так и в сопле. На рис. 5 приведены линии тока течения, из которых видно образование вихрей в зонтичной области камеры и областью за утолщенной частью сопла. Распределения осевой скорости и давления приведены на рис. 6, 7, на которых наблюдаются большие градиенты параметров потока продуктов сгорания.



**Рис. 3.** Изменение осевой (а) и радиальной (б) скоростей по времени: 1 – в зазоре между передним днищем и зарядом; 2 – на оси симметрии переднего днища; 3 – за уплотненной частью сопла; 4 – в зонтичной части



**Рис. 4.** Изменение давления по времени: а) 1 – в зазоре между передним днищем и зарядом; 2 – на оси симметрии переднего днища; 3 – за уплотненной частью сопла; 4 – в зонтичной части; б) изменение давления на оси симметрии переднего днища до выхода на стационарный режим работы

Таким образом, предложенная методика позволяет проводить сквозной расчет течения в РДТТ, т.е. моделирование течений в дозвуковых и сверхзвуковых областях проводится с использованием единого алгоритма.

## Заключение

На основе модифицированного метода расщепления потоков предложен алгоритм и разработана программа, позволяющая проводить сквозное моделирование внутренних нестационарных турбулентных течений сжимаемого вязкого газа в тракте РДТТ. Проведены тестовые численные исследования выхода модельного твердотопливного ракетного двигателя на стационарный режим работы. Представлены результаты мо-

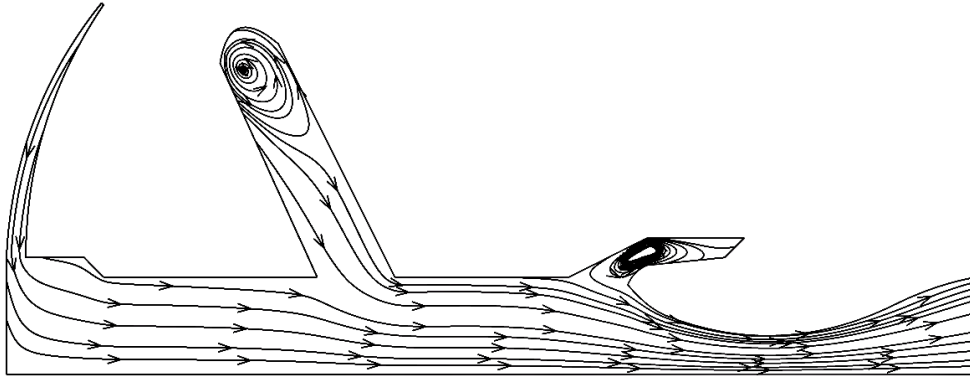


Рис. 5. Линии тока течения газа

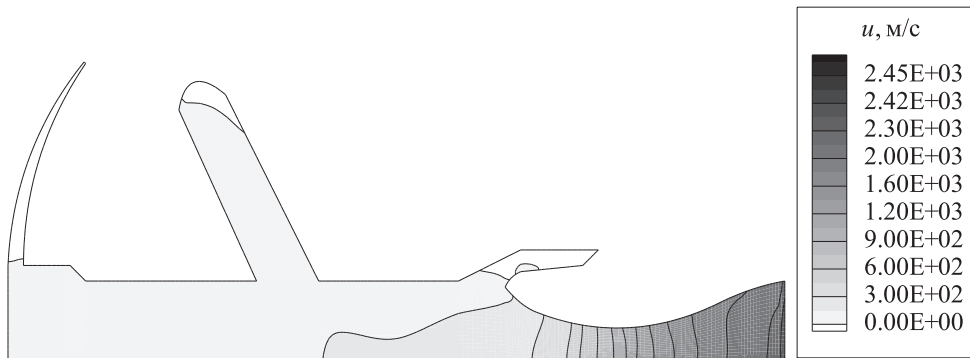


Рис. 6. Распределение осевой скорости

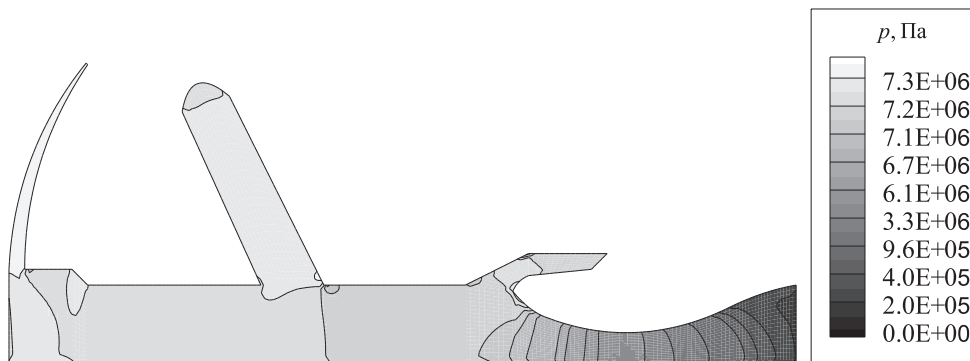


Рис. 7. Распределение давления

делирования внутрикамерных процессов, протекающих в тракте двигателя. В результате расчетов определено время выхода двигателя на стационарный режим.

## Литература

1. Липанов, А.М. Численный эксперимент в теории РДТТ / А.М. Липанов, В.П. Бобрышев, А.В. Алиев, Ф.Ф. Спиридонов, В.Д. Лисица. – Екатеринбург: УИФ Наука, 1994.
2. Ciucci, A. Simulation of Rocket Motor Internal Flows with Turbulent Mass Injection / A. Ciucci, G. Iaccarino, R. Moser, F. Najjar, P. Durbin // Center for Turbulence Research. University of Stanford. – 1998. – P. 245–266.



3. Алиев, А.В. Нестационарные внутрикамерные процессы в твердотопливных регулируемых двигательных установках / А.В. Алиев, О.В. Мищенко, И.В. Черепов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. – 2016. – № 4. – С. 24–39.
4. Apte, S.V. A Large-Eddy Simulations Study of Transition and Flow Instability in a Porous-Walled Chamber with Mass Injection / S.V. Apte, V. Yang // Journal of Fluid Mechanics. – 2003. – V. 477. – P. 215–225.
5. Липанов, А.М. Численный метод расчета турбулентных течений и теплообмена в двигателях летательных аппаратов / А.М. Липанов, Ю.Ф. Кисаров, И.Г. Ключников // Прикладная математика и механика. – 1992. – № 6. – С. 49–53.
6. Vuillot, F. Combustion and Turbulent Flow Effects in 2D Unsteady Navier–Stokes Simulations of Oscillatory Solid Rocket Motors / F. Vuillot, N. Lupoglazoff // AIAA Paper. – 1996. – № 96-0884. – 15 p.
7. Липанов, А.М. Адаптированные цилиндрические координаты для внутренних объемов элементов конструкции РДТТ / А.М. Липанов, М.Р. Королева, С.Ю. Дадикина // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2012. – Т. 18, № 1. – С. 213–221.
8. Волков, К.Н. Теплообмен в каверне с вращающимся диском в турбулентном режиме / К.Н. Волков, П.В. Булат, И.А. Волобуев, В.А. Пронин // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2017. – Т. 17, № 3. – С. 514–524.
9. Липанов, А.М. Теоретическая гидромеханика ньютоновских сред / А.М. Липанов. – М.: Наука, 2011.
10. Fluent 6.3 User’s Guide, 2006. – URL: [www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/html/ug/main\\_pre.htm](http://www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/html/ug/main_pre.htm)
11. Steger, J.L. Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite Difference Methods / J.L. Steger, R.F. Warming // Journal of Computational Physics. – 1981. – V. 40, № 2. – P. 263–293.
12. Anderson, W.K. A Comparison of Finite Volume Flux Vector Splittings for the Euler Equations / W.K. Anderson, J.L. Thomas, B. Van Leer // AIAA Journal. – 1986. – V. 24, № 9. – P. 1453–1460.
13. Van Leer, B. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme V. A Second Order Sequel to Godunov’s Method / B. Van Leer // Journal of Computational Physics. – 1979. – V. 32, № 1. – P. 101–136.
14. Суров, В.С. Метод С.К. Годунова для многоскоростной модели гетерогенной среды / В.С. Суров, И.В. Березанский // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 2. – С. 87–98.
15. Chung, T.J. Computational Fluid Dynamics / T.J. Chung. – Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
16. Akselvoll, K. Large-Eddy Simulation of Turbulent Confined Coannular Jets / K. Akselvoll, P. Moin // Fluid Mech. – 1996. – V. 315. – P. 387–411.
17. Ducros, F. Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity Models for Simulations in Complex Geometries / F. Ducros, F. Nicoud, T. Poinot // Proceeding of the 6th ICFD Conference on Numerical Methods for Fluid Dynamic, Oxford, United Kingdom. – 1998. – P. 293–299.
18. Шумихин, А.А. Использование схемы WENO для моделирования турбулентного течения в канале с обратным уступом / А.А. Шумихин, М.Р. Королева, С.В. Дадикина, А.И. Карпов // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. – 2017. – Т. 27, № 3. – С. 460–469.

Алексей Матвеевич Липанов, академик РАН, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (г. Москва, Российская Федерация), aml35@yandex.ru.

Светлана Юрьевна Дадикина, младший научный сотрудник, Институт механики, Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН (г. Ижевск, Российская Федерация), sveta-dadikina@yandex.ru.

Андрей Александрович Шумихин, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт механики, Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН (г. Ижевск, Российская Федерация), shumihin@udman.ru.

Мария Равилевна Королева, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт механики, Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН (г. Ижевск, Российская Федерация), koroleva-ipm@yandex.ru.

Александр Иванович Карпов, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт механики, Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН (г. Ижевск, Российская Федерация), karpov@udman.ru.

*Поступила в редакцию 21 сентября 2018 г.*

---

MSC 76F65, 65N08

DOI: 10.14529/mmp190103

## NUMERICAL SIMULATION INTRA-CHAMBER OF UNSTEADY TURBULENT FLOWS STIMULATE. PART 1

*A.M. Lipanov<sup>1</sup>, S.Yu. Dadikina<sup>2</sup>, A.A. Shumikhin<sup>2</sup>, M.R. Koroleva<sup>2</sup>, A.I. Karpov<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Science, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup>Udmurt Federal Research Center, Ural Branch, Russian Academy of Science, Izhevsk, Russian Federation

E-mails: aml35@yandex.ru, sveta-dadikina@yandex.ru, shumihin@udman.ru, koroleva-ipm@yandex.ru, karpov@udman.ru

The technique of 3D internal unsteady turbulent flows simulation is proposed in this work, in particular the flow of combustion products into the solid fuel rocket engine. The system of governing equations describing the flow of viscous compressible gas written in the cylindrical coordinate system is presented. The computational algorithm based on a modified scheme of splitting vectors belonging to the class methods use Godunov approach is proposed. This algorithm is suitable for end-to-end calculation of the internal flow around all the paths of the rocket engine, including both subsonic flow in the chamber zone, and the zone of supersonic flow in nozzle. The simulation results of gas flow in the model rocket engine show oscillating shock wave processes the occurring into the engine chamber at the early stage. The time-stationary working mode engine is defined.

*Keywords: intra-chamber of the processes; turbulence; unsteady flow; computational fluid dynamics.*

## References

1. Lipanov A.M., Bobryshev V.P., Aliev A.V., Spiridonov F.F., Lisitsa V.D. *Chislennyyi eksperiment v teorii RDTT* [Numerical Experiment in the Theory of Solid Propellant Rocket Motors]. Ekaterinburg, UIF Nauka, 1994. (in Russian)
2. Ciucci A., Iaccarino G., Moser R., Najjar F., Durbin P. Simulation of Rocket Motor Internal Flows with Turbulent Mass Injection. *Center for Turbulence Research. University of Stanford*, 1998, pp. 245–266.
3. Aliev A.V., Mishchenkova O.V., Cherepov I.V. Nonstationary Intra-Chamber Processes in Solid-Propellant Controlled Propulsion System. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Mechanical Engineering*, 2016, no. 4, pp. 24–39. DOI: 10.18698/0236-3941-2016-4-24-39
4. Apte S.V., Yang V. A Large-Eddy Simulations Study of Transition and Flow Instability in a Porous-Walled Chamber with Mass Injection. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, vol. 477, pp. 215–225. DOI: 10.1017/S0022112002002987
5. Lipanov A.M., Kisarov Yu.F., Klyuchnikov I.G. Numerical Method for Calculating Turbulent Flows and Heat Transfer in Aircraft Engines. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1992, no. 6, pp. 49–53.
6. Vuillot F., Lupoglazoff N. Combustion and Turbulent Flow Effects in 2D Unsteady Navier–Stokes Simulations of Oscillatory Solid Rocket Motors. *AIAA Paper*, 1996, no. 96-0884, 15 p.
7. Lipanov A.M., Koroleva M.R., Dadikina S.Yu. Adapted Cylindrical Coordinates for Internal Volumes of Structural Elements of a Solid-Propellant Rocket Engine. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics (Supplementary Issues)*, 2012, vol. 18, no. 1, pp. 213–221.
8. Volkov K.N., Bulat P.V., Volobuev I.A., Pronin V.A. Heat Transfer in a Cavity with Rotating Disk in Turbulent Regime. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 3, pp. 514–524. (in Russian) DOI: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-514-524
9. Lipanov A.M. *Teoreticheskaya gidromekhanika n'yutonovskikh sred* [Theoretical Fluid Mechanics of Newtonian Media]. Moscow, Nauka, 2011. (in Russian)
10. *Fluent 6.3 User's Guide, 2006*. Available at: [www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/html/ug/main\\_pre.htm](http://www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/html/ug/main_pre.htm)
11. Steger J.L., Warming R.F. Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite Difference Methods. *Journal of Computational Physics*, 1981, vol. 40, no. 2, pp. 263–293. DOI: 10.1016/0021-9991(81)90210-2
12. Anderson W.K., Thomas J.L., Van Leer B. A Comparison of Finite Volume Flux Vector Splittings for the Euler Equations. *AIAA Journal*, 1986, vol. 24, no. 9, pp. 1453–1460. DOI: 10.2514/3.9465
13. Van Leer B. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme V. A Second Order Sequel to Godunov's Method. *Journal of Computational Physics*, 1979, vol. 32, no. 1, pp. 101–136. DOI: 10.1016/0021-9991(79)90145-1
14. Surov V.S., Berezancky I.V. Godunov's Method for a Multivelocitity Model of Heterogeneous Medium. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2014, vol. 7, no. 2, pp. 87–98. (in Russian) DOI: 10.14529/mmp140208
15. Chung T.J. *Computational Fluid Dynamics*. Cambridge, Cambridge University Press, 2002. DOI: 10.1017/CBO9780511606205

16. Akselvoll K., Moin P. Large-Eddy Simulation of Turbulent Confined Coannular Jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, vol. 315, pp. 387–411. DOI: 10.1017/S0022112096002479
17. Ducros F., Nicoud F., Poinsot T. Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity Models for Simulations in Complex Geometries. *Proceeding of the 6th ICFD Conference on Numerical Methods for Fluid Dynamic, Oxford, United Kingdom*, 1998, pp. 293–299.
18. Shumikhin A.A., Koroleva M.R., Dadikina S.Yu., Karpov A.I. Application of WENO Scheme for Simulation of Turbulent Flow in a Channel with Backward-Facing Step. *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye nauki* [The Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Computer Science], 2017, vol. 27, no. 3, pp. 460–469. (in Russian) DOI: 10.20537/vm170313

*Received September 21, 2018*