

РЕКУРРЕНТНЫЙ ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД МАТРИЧНЫХ ПУЧКОВ

*О.Л. Ибряева¹, А.Л. Шестаков¹, И.И. Федосов¹*¹Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск,
Российская Федерация

Метод матричных пучков оценивает параметры входных сигналов, являющихся суммой комплексных экспонент. Метод хорошо работает во многих приложениях (оценка направления прихода сигнала, прогнозирование сигнала во временной области, обработка сигналов кориолисового массового расходомера). Существуют множество модификаций классического метода, например: рекуррентный метод матричных пучков, позволяющий отслеживать параметры сигналов в режиме скользящего окна, и векторный метод, способный оценивать параметры сразу нескольких входных сигналов с одинаковыми полюсами. Подобная задача возникает при оценке параметров измерительных сигналов в кориолисовом массовом расходомере, где пара сигналов с его сенсоров имеет одинаковые частоты для всех мод колебаний. В данной статье представлена новая модификация – рекуррентный векторный метод матричных пучков, который является синтезом двух уже упомянутых методов и позволяет отслеживать параметры нескольких входных сигналов с одинаковыми полюсами в режиме скользящего окна. В статье приведены алгоритмы всех методов и их сравнение с помощью численного моделирования.

Ключевые слова: метод матричных пучков; рекуррентное оценивание; сингулярное разложение матрицы (SVD); обработка сигналов в кориолисовом массовом расходомере.

Введение

Метод матричных пучков (ММП), который впервые предложен в [1], оценивает входной сигнал как сумму комплексных экспонент. Метод позволяет определять амплитуды, фазы и коэффициенты затухания для сигналов различной природы: электрические колебания (в электрических системах и сетях [2], в радиолокационных системах [3]), механические колебания (в сейсмологических приложениях [4], в задачах мониторинга целостности конструкций [5]), в обработке измерительных сигналов для массовых кориолисовых расходомеров [6].

Обработка измерительных сигналов в кориолисовом расходомере при двухфазном потоке, который состоит из жидкости и газа, представляет значительные трудности [7, 8]: все параметры сигналов подвержены значительным изменениям во времени и должны отслеживаться с высокой точностью и с минимальной задержкой для обеспечения точности измерения массового расхода и плотности и поддержания стабильной работы системы управления. На текущий момент разработан ряд методов обработки сигналов для повышения точности оценки параметров измерительных сигналов в кориолисовом расходомере [9–12].

К настоящему моменту существует множество модификаций классического метода матричных пучков: ММП для незатухающих синусоид подробно рассмотрен в [13],

ММП с использованием аппроксимации матрицей Ганкеля низкого ранга представлен в [14], версия ММП для использования на квантовом компьютере представлена в [15] и т.д.

С точки зрения вычислительной сложности, наиболее ресурсозатратный шаг ММП – вычисление сингулярного разложения матрицы (singular value decomposition, SVD), составленной из отсчетов сигнала. Потребность использования ММП для оценки параметров сигналов в режиме реального времени привела к разработке рекуррентного метода матричных пучков [16], который осуществляет оценку параметров сигналов в скользящем окне. Когда новый отсчет данных попадает в окно наблюдения, матрица данных изменяется незначительно, и для нахождения сингулярного разложения новой матрицы применяется эффективная процедура [17], требующая нахождения SVD матрицы более низкого ранга. Таким образом, в рекуррентном ММП сингулярное разложение новой матрицы данных реализуется на каждом шаге не напрямую, а на основе сингулярного разложения старой матрицы. Данная модификация позволяет значительно сократить время вычислений.

Среди недостатков рекуррентного ММП можно отметить необходимость периодического перезапуска алгоритма, то есть полного пересчета SVD для матрицы данных из-за накапливания ошибки. Данный недостаток можно считать незначительным, так как даже с учетом периодического перезапуска рекуррентного метода он работает быстрее, чем классический. Важно также, что ранг (число полюсов) определяется один раз и является постоянным в течении работы рекуррентного ММП. Однако, для нестационарных сигналов число полюсов может изменяться. При этом, благодаря необходимости периодического перезапуска алгоритма обеспечивается периодический пересчет ранга матрицы.

В наших статьях [11, 12] предложена еще одна модификация классического метода – векторный ММП [11, 18], который в общем случае позволяет отслеживать параметры K сигналов, имеющих одинаковые полюса. Для задачи отслеживания параметров измерительных сигналов в кориолисовом расходомере мы имеем дело с $K = 2$. Математическое моделирование свидетельствует о том, что качество отслеживания параметров сигналов у векторного ММП в общем случае превосходит результаты классического ММП.

В данной статье мы комбинируем два этих метода (рекуррентный и векторный ММП) в рекуррентный векторный ММП. Данная модификация позволяет эффективно отслеживать параметры нескольких сигналов с одинаковыми полюсами в режиме скользящего окна.

Структура статьи такова: классический, рекуррентный и векторный методы матричных пучков описаны в параграфах 1, 2 и 3, соответственно. Новый алгоритм представлен в параграфе 4, оценка его эффективности на численном эксперименте проведена в параграфе 5. Показано, что данный метод дает приблизительно такую же ошибку, как векторный ММП, но обеспечивает значительное сокращение времени оценки параметров.

1. Классический метод матричных пучков

Метод матричных пучков представляет собой алгоритм для оценки параметров сигнала $y(t) = \sum_{k=1}^M R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)t}$ или, в случае дискретного сигнала,

$$y(nT) = \sum_{k=1}^M R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^M R_k z_k^n. \quad (1)$$

Здесь T – период дискретизации, $R_k = A_k e^{i\phi_k}$ – комплексные амплитуды, $\omega_k = 2\pi f_k$ – частоты, α_k – коэффициенты затухания, $z_k = e^{(\alpha_k + i\omega_k)T}$ – полюсы сигнала.

Классический ММП оценивает параметры R_k, z_k по отсчетам $y(nT) \equiv y(n), n = 0, 1, \dots, N - 1$, следующим образом. На первом шаге определяется z_k из решения обобщенной задачи на собственные значения пучка матриц, составленного из $y(n)$. На втором шаге эти полюсы используются для нахождения R_k с помощью метода наименьших квадратов.

Определим две матрицы Y_a, Y_b размерностью $(N - L) \times L$:

$$Y_a = \begin{pmatrix} y(L-1) & \dots & y(1) & y(0) \\ y(L) & \dots & y(2) & y(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y(N-2) & \ddots & y(N-L) & y(N-L-1) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$Y_b = \begin{pmatrix} y(L) & \dots & y(2) & y(1) \\ y(L+1) & \dots & y(3) & y(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y(N-1) & \ddots & y(N-L+1) & y(N-L) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $M \leq L \leq N - M$ – единственный параметр ММП. Как было показано в [1], $\frac{N}{3}$ и $\frac{2N}{3}$ – наиболее подходящие значения для L , которые обеспечивают наименьшую чувствительность метода к шуму. При моделировании L было установлено как $\text{floor}(N/3)$ (функция floor в Matlab округляет число к ближайшему меньшему целому).

В отсутствие шума полюсы $z_k = e^{(\alpha_k + i\omega_k)T}$ могут быть найдены [1] как решение обобщенной задачи нахождения собственных значений пучка матриц $Y_b - \lambda Y_a$, т.е. z_k есть M собственных значений матрицы $Y_a^\dagger Y_b$. Символом \dagger мы обозначаем псевдообратную матрицу. В случае зашумленных данных, для оценки числа M используется сингулярное разложение:

$$Y_a = USV^T. \quad (4)$$

Здесь U, V – унитарные матрицы, S – диагональная матрица собственных значений Y_a . Символом T обозначена операция транспонирования. Собственные значения следуют в порядке убывания и, начиная с M -го, близки к нулю, что позволяет найти число полюсов сигнала.

Приведем алгоритм классического метода матричных пучков [1]:

Алгоритм 1. Классический метод матричных пучков

Вход: отсчеты сигнала

$$y(n) = \sum_{k=1}^M R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)t} = \sum_{k=1}^M R_k z_k^n, n = 0, 1, \dots, N - 1.$$

Выход: $R_k, z_k, k = 1, \dots, M$.

1. Формируем матрицы Y_a, Y_b по формулам (2), (3).
2. Находим псевдообратную матрицу для Y_a .

3. Оцениваем число полюсов сигнала M .
4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу Y_a^\dagger :

$$Y_a^\dagger = \sum_{m=1}^M \frac{1}{\sigma_m} v_m u_m^T = V_0 S_0^{-1} U_0^T, \quad (5)$$

где $\sigma_1, \dots, \sigma_M$ – M наибольших собственных значений матрицы Y_a , v_m, u_m – соответствующие собственные векторы, $V_0 = (v_0, \dots, v_M), U_0 = (u_0, \dots, u_m), S_0 = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_M)$. Это способствует подавлению шума, содержащегося в нашем сигнале.

5. Оцениваем z_k путем вычисления собственных значений матрицы Z_E :

$$Z_E = S_0^{-1} U_0^T Y_b V_0. \quad (6)$$

6. Оцениваем R_k методом наименьших квадратов:

$$\begin{pmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_M^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_M \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Конец

Перейдем теперь к различным модификациям классического ММП.

2. Рекуррентный метод матричных пучков

Часто в прикладных задачах требуется отслеживать несколько главных полюсов входных сигналов в реальном времени. Для этого в скользящем режиме по сигналу двигается окно наблюдения. Каждый раз в это окно попадает один новый отсчет и убирается старый. Для оценки параметров сигнала в скользящем режиме служит рекуррентный метод матричных пучков [16], который и описан в этом параграфе.

Ключевой идеей рекуррентного метода является эффективное SVD разложение матрицы, присутствующей в алгоритме ММП. Поскольку на каждом шаге эта матрица меняется незначительно, можно найти ее SVD разложение не напрямую, а с использованием процедуры [17] модификации аналогичного разложения старой матрицы. Это приводит к значительному сокращению вычислительных затрат и возможности использовать метод для отслеживания параметров сигнала в реальном времени.

Переобозначим матрицы Y_a, Y_b из предыдущего параграфа как $Y_a^{(0)}, Y_b^{(0)}$. Они составлены из отсчетов сигнала $y(0), y(1), \dots, y(N-1)$. При добавлении в окно наблюдения нового отсчета $y(N)$, первый отсчет $y(0)$ удаляется, и из этих N отсчетов составляются новые матрицы $Y_a^{(1)}, Y_b^{(1)}$, которые тесно связаны с матрицами предыдущего шага:

$$\begin{pmatrix} Y_a^{(1)} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Y_a^{(0)} \end{pmatrix} + AB^T, \quad (8)$$

$$A_{(N-L) \times 2} = \begin{pmatrix} y(L) & y(0) \\ y(L+1) & y(1) \\ \vdots & \vdots \\ y(N-1) & y(N-L-1) \end{pmatrix}, B_{(L+1) \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Приведем алгоритм, позволяющий быстро вычислять SVD разложение:

Алгоритм 2. Эффективное SVD разложение

Вход: усеченное сингулярное разложение $Y_a^{(0)}$.

Выход: усеченное сингулярное разложение $Y_a^{(1)}$.

1. Находим SVD-разложение $\begin{pmatrix} 0 & Y_a^{(0)} \end{pmatrix}$, используя известное (усеченное до ранга M) SVD-разложение $Y_a^{(0)} = U_0 S_0 V_0^T$. Легко видеть, что

$$\begin{pmatrix} 0 & Y_a^{(0)} \end{pmatrix} = U S V^T = U_0 \begin{pmatrix} S_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & V_0^T \\ I & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

2. Находим ортогональный базис P, Q пространств $(I - U U^T)A, (I - V V^T)B$, соответственно, и определяем

$$R_A = P^T (I - U U^T) A, \quad R_B = Q^T (I - V V^T) B. \quad (11)$$

Заметим, что $U U^T \neq I_{(N-L) \times (N-L)}$ и $V V^T \neq I_{(L+1) \times (L+1)}$, но $U^T U = I_{M \times M}, V^T V = I_{(M+1) \times (M+1)}$.

3. Составляем матрицу $K \in R^{(M+2) \times (M+2)}$:

$$K = \begin{pmatrix} I & U^T A \\ 0 & R_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & V^T B \\ 0 & R_B \end{pmatrix}. \quad (12)$$

4. Находим SVD-разложение этой матрицы: $K = U_K S_K V_K^T$. Тогда

$$\begin{pmatrix} Y_a^{(1)} & 0 \end{pmatrix} = (U \ P) U_K S_K ((V \ Q) V_K)^T = U_1 S_K V_1^T \quad (13)$$

5. Находим усеченное до ранга M сингулярное разложение $Y_a^{(1)}$:

$$Y_a^{(1)} = U_1 (:, 1 : M) S_K (1 : M, 1 : M) V_1 (1 : L, 1 : M)^T. \quad (14)$$

Конец

Замечание 1. Заметим, что $K \in R^{(M+2) \times (M+2)}$ в то время, как $Y_a^{(1)} \in R^{(N-L) \times L}$. Поскольку обычно $M \ll L \ll N - L$, замена SVD-разложения матрицы $Y_a^{(1)}$ на SVD-разложение матрицы K способствует уменьшению объема вычислений. Преимущества в скорости вычислений тем более заметны, чем больше N .

Замечание 2. Для упрощения записи в (14) мы использовали обозначения Matlab. Так, например, $A(:, j : k)$ означает, что мы берем все строки матрицы A и с j -го по k -ый столбец.

Замечание 3. Для окна наблюдений $y(L), y(L+1), \dots, y(N-1)$ мы можем аналогично построить матрицу $Y_a^{(k)}$ и найти ее усеченное SVD-разложение из разложения матрицы $Y_a^{(k-1)}$.

Эффективное вычисление SVD разложения лежит в основе рекуррентного ММП.

Алгоритм 3. Рекуррентный метод матричных пучков

Вход: отсчеты сигнала (W наборов по N отсчетов сигнала), $n = 0, 1, \dots, N - 2 + W$:

$$y(n) = \sum_{k=1}^M R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)t} = \sum_{k=1}^M R_k z_k^n. \quad (15)$$

Выход: $R_k, z_k, k = 1, \dots, M$, для каждого набора $y(w-1), \dots, y(N-2+w), w = 1, \dots, W$.

1. Формируем матрицу $Y_a \equiv Y_a^{(0)}$ как показано в (2) из отсчетов $y(0), \dots, y(N-1)$.
2. Находим SVD-разложение матрицы Y_a .
3. Оцениваем число M полюсов сигнала.
4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу Y_a^\dagger (5).
for $w = 1$ **to** W **do**
5. Формируем матрицу $Y_b^{(w-1)}$ (3) из отсчетов $y(w-1), \dots, y(N-2+w)$.
6. Оцениваем z_k с помощью вычисления собственных значений Z_E (6).
7. Оцениваем R_k методом наименьших квадратов из (7).
8. Находим усеченное SVD-разложения матрицы $Y_a^{(w)}$ (используя Алгоритм 2).
end
9. Формируем матрицу $Y_b^{(W)}$ (3) из отсчетов $y(W-1), \dots, y(N-2+W)$.
10. Оцениваем z_k с помощью вычисления собственных значений Z_E (6).
11. Оцениваем R_k методом наименьших квадратов из (7).

Конец

Отметим, что время от времени необходимо перезапускать алгоритм для устранения накапливающейся ошибки, т.е. вычислять SVD разложение напрямую, а не с помощью алгоритма 2. Мы еще обсудим это в параграфе 5. Приведем далее описание векторного ММП.

3. Векторный метод матричных пучков

Рассмотрим набор из J сигналов $y_1(t), y_2(t), \dots, y_J(t)$ имеющих одинаковые полюса z_1, z_2, \dots, z_M , но различные амплитуды $R_{1j}, R_{2j}, \dots, R_{Mj}, j = 1, \dots, J$. Запишем матрицы Y_{aj}, Y_{bj} , соответствующие сигналам $y_j(t)$:

$$Y_{aj} = \begin{pmatrix} y_j(L-1) & \dots & y_j(1) & y_j(0) \\ y_j(L) & \dots & y_j(2) & y_j(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_j(N-2) & \ddots & y_j(N-L) & y_j(N-L-1) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$Y_{bj} = \begin{pmatrix} y_j(L) & \dots & y_j(2) & y_j(1) \\ y_j(L+1) & \dots & y_j(3) & y_j(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_j(N-1) & \ddots & y_j(N-L+1) & y_j(N-L) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Приведем алгоритм векторного метода матричных пучков [18].

Алгоритм 4. Векторный ММП

Входные данные: отсчеты сигнала, $n = 0, 1, \dots, N-1, j = 1, \dots, J$:

$$y_j(n) = \sum_{k=1}^M R_{kj} e^{(\alpha_k + i\omega_k)t} = \sum_{k=1}^M R_{kj} z_k^n, \quad (18)$$

Выходные данные: $R_k, z_k, k = 1, \dots, M, j = 1, \dots, J$.

1. Формируем матрицы Y_{aE}, Y_{bE} :

$$Y_{aE} = \begin{pmatrix} Y_{a1} \\ Y_{a2} \\ \vdots \\ Y_{aJ} \end{pmatrix}, Y_{bE} = \begin{pmatrix} Y_{b1} \\ Y_{b2} \\ \vdots \\ Y_{bJ} \end{pmatrix}. \quad (19)$$

2. Находим псевдообратную матрицу для $Y_{aE} = USV^T$.

3. Оцениваем число полюсов сигнала M .

4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу Y_a^\dagger (5).

5. Оцениваем z_k с помощью вычисления собственных значений $Z_E = S_0^{-1}U_0^T Y_{bE} V_0$.

6. Оцениваем R_{kj} с помощью метода наименьших квадратов, решая J систем:

$$\begin{pmatrix} y_j(0) \\ y_j(1) \\ \vdots \\ y_j(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_M^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{1j} \\ R_{2j} \\ \vdots \\ R_{Mj} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Конец

Следующий параграф содержит основной результат статьи – синтез двух методов – рекуррентного и векторного ММП.

4. Рекуррентный векторный метод матричных пучков

Переобозначим матрицы Y_{aE}, Y_{bE} как $Y_{aE}^{(0)}, Y_{bE}^{(0)}$. Данные матрицы получены с использованием отсчетов сигналов $y_j(0), y_j(1), \dots, y_j(N-1)$, $j = 1, \dots, J$. Новые матрицы для окна данных $y_j(1), y_j(2), \dots, y_j(N)$ формируются аналогично. Обозначим их $Y_{aE}^{(1)}, Y_{bE}^{(1)}$.

Можно убедиться, что справедливо следующее равенство (подобное равенству (8), лежащему в основе эффективного вычисления SVD разложения в рекуррентном ММП):

$$\begin{pmatrix} Y_{aE}^{(1)} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Y_{aE}^{(0)} \end{pmatrix} + AB^T, \quad (21)$$

где матрица B есть (9), а

$$A_{(N-L)J \times 2} = \begin{pmatrix} y_1(L) & y_1(0) \\ \vdots & \vdots \\ y_1(N-1) & y_1(N-L-1) \\ y_2(L) & y_2(0) \\ \vdots & \vdots \\ y_2(N-1) & y_2(N-L-1) \\ \vdots & \vdots \\ y_J(L) & y_J(0) \\ \vdots & \vdots \\ y_J(N-1) & y_J(N-L-1) \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Тогда Алгоритм 2 (в котором матрицы $Y_a^{(0)}, Y_a^{(1)}$ заменены на матрицы $Y_{aE}^{(0)}, Y_{aE}^{(1)}$, а также матрица A теперь имеет вид (22)) дает эффективный способ вычисления усеченного SVD разложения матрицы $Y_{aE}^{(k)}$, используя SVD разложение матрицы $Y_{aE}^{(k-1)}$. Это позволяет нам предложить рекуррентный векторный ММП.

Алгоритм 5. Рекуррентный векторный метод матричных пучков

Входные данные: отсчеты сигнала (W наборов по N отсчетов сигнала), $n = 0, 1, \dots, N - 2 + W$:

$$y_j(n) = \sum_{k=1}^M R_{kj} e^{(\alpha_k + i\omega_k)t} = \sum_{k=1}^M R_{kj} z_k^n, \tag{23}$$

Выходные данные: $R_{kj}, z_k, k = 1, \dots, M$, для каждого набора отсчетов $y_j(w - 1), \dots, y_j(N - 2 + w), j = 1, \dots, J, w = 1, \dots, W$.

1. Формируем матрицу $Y_{aE}^{(0)}$ (19).
2. Находим псевдообратную матрицу для $Y_{aE}^{(0)} = USV^T$.
3. Оцениваем число полюсов сигнала M .
4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу $Y_a^\dagger(5)$.
for $w = 1$ **to** W **do**
5. Формируем матрицу $Y_{bE}^{(w-1)}$ (19) из отсчетов $y_j(w - 1), \dots, y_j(N - 2 + w)$.
6. Оцениваем z_k с помощью нахождения собственных значений $Z_E = S_0^{-1}U_0^T Y_{bE}^{w-1} V_0$.
7. Оцениваем R_{kj} методом наименьших квадратов (20).
8. Находим SVD разложение матрицы $Y_a^{(wE)}$ с использованием Алгоритма 2.
end
9. Формируем матрицы $Y_{bE}^{(W)}$ (19) из отсчетов $y_j(W - 1), \dots, y_j(N - 2 + W)$.
10. Оцениваем z_k с помощью вычисления собственных значений $Z_E = S_0^{-1}U_0^T Y_{bE}^{(W)} V_0$.
11. Оцениваем R_{kj} методом наименьших квадратов (20).

Конец

Замечание. На 6 и 10 шаге алгоритма используются матрицы U_0, S_0, V_0 найденные из усеченного сингулярного разложения матрицы $Y_{aE}^{(w-1)}$. На 7 и 11 шаге алгоритма в (20) используются данные $y_j(w - 1), \dots, y_j(N - 2 + w)$ вместо $y_j(0), y_j(1), \dots, y_i(N - 1)$.

Перейдем теперь к численным экспериментам с использованием нового алгоритма.

5. Моделирование сигналов кориолисового расходомера в условиях двухфазного потока

Для моделирования сигналов кориолисового расходомера в условиях двухфазного потока используем модель MRWM (Modified Randow Walk Model) [10] и изменим ее, добавив вторую моду, как в [11]:

$$s_{right}(n) = \sum_{k=1}^2 A_k(n) \sin \left(\omega_k(n)n + \frac{\phi_k(n)}{2} \right) + \sigma_r e_r(n), \tag{24}$$

$$s_{left}(n) = \sum_{k=1}^2 A_k(n) \sin \left(\omega_k(n)n - \frac{\phi_k(n)}{2} \right) + \sigma_l e_l(n), \tag{25}$$

$$A_k(n) = \frac{\left(A_k^f(n) - \min(A_k^f(n)) \right) (A_k^{\max} - A_k^{\min})}{\max(A_k^f(n)) - \min(A_k^f(n))} + A_k^{\min}, \quad (26)$$

$$\omega_k(n) = \frac{\left(\omega_k^f(n) - \min(\omega_k^f(n)) \right) (\omega_k^{\max} - \omega_k^{\min})}{\max(\omega_k^f(n)) - \min(\omega_k^f(n))} + \omega_k^{\min}, \quad (27)$$

$$\phi_k(n) = \frac{\left(\phi_k^f(n) - \min(\phi_k^f(n)) \right) (\phi_k^{\max} - \phi_k^{\min})}{\max(\phi_k^f(n)) - \min(\phi_k^f(n))} + \phi_k^{\min}, \quad (28)$$

$$A_k^f(n) = H_A(n)e_{A_k}(n), \quad \omega_k(n) = H_{\omega_k}(n)e_{\omega_k}(n), \quad \phi_k(n) = H_{\phi_k}(n)e_{\phi_k}(n). \quad (29)$$

Здесь $s_{right}(n)$ и $s_{left}(n)$ – сигналы с амплитудой A_k , частотой ω_k и фазой ϕ_k , $k = 1, 2$. Также $e_r(n), e_l(n)$ – некоррелированный белый шум, $e_{A_k}(n), e_{\omega_k}(n), e_{\phi_k}(n)$ – равномерно распределенные в интервале $(-1, 1)$ случайные сигналы, σ_r, σ_l – коэффициенты усиления (уровень) входного шума. Кроме того, $A_k^{\max}, A_k^{\min}, \omega_k^{\max}, \omega_k^{\min}, \phi_k^{\max}, \phi_k^{\min}$ – верхний и нижний пределы для изменяющихся во времени амплитуды, частоты и фазы соответственно, $H_A(n), H_{\omega_k}(n), H_{\phi_k}(n)$ – ФНЧ, ограничивающие скорость изменения параметров сигналов.

В табл. 1 представлены значения параметров, которые использованы для моделирования сигналов модели (24) – (29).

Таблица 1

Значения параметров для MRWM

Параметры	Значения
Частота дискретизации	2 кГц
Частота среза полосовых фильтров ($f_A^s, f_\omega^s, \omega_\varphi^s$)	6 Гц
Диапазон амплитуды A_1 , В	$A_1^{\min} = 0,28, A_1^{\max} = 0,3$
Диапазон амплитуды A_2 , В	$A_2^{\min} = 0,028, A_2^{\max} = 0,03$
Диапазон частоты первой моды, Гц	$f_1^{\min} = 88, f_1^{\max} = 90$
Диапазон частоты второй моды, Гц	$f_2^{\min} = 158, f_2^{\max} = 160$
Диапазон разности фаз, градусы	$\varphi_k^{\min} = 0, \varphi_k^{\max} = 2, k = 1, 2$

На рис. 1 показан фрагмент одного из сигналов и преобразование Фурье для полной реализации сигнала (длительностью 1,5 секунды). Два максимума в спектре соответствуют основной моде (88 – 90 Гц) и второй моде (158 – 160 Гц) колебаний расходуемых трубок. Частота дискретизации 2 кГц, длина окна 100 отсчетов (соответствует примерно 4 периодам главной моды колебаний).

Применим теперь рекуррентный векторный ММП для отслеживания параметров таких модельных сигналов. Этот метод работает быстрее векторного ММП, но не является более точным. Действительно, оба метода отличаются только способом вычисления сингулярного разложения матриц. При использовании рекуррентного векторного ММП этот этап происходит очень быстро, однако ошибка с течением времени накапливается, и необходимо периодически перезапускать вычисления, как в рекуррентном ММП. На рис. 2 хорошо отражена необходимость этого перезапуска. Оба

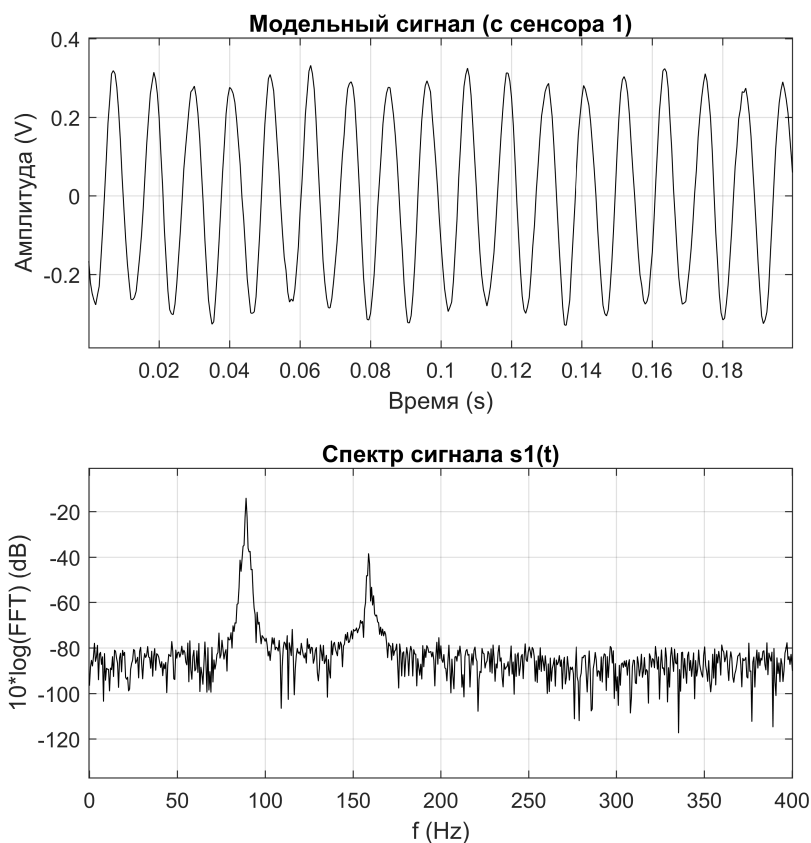


Рис. 1. Модельный сигнал расходомера (две моды) и его спектр

метода должны давать одинаковый результат, но, как можно видеть, с течением времени их результаты начинают расходиться. В дальнейших экспериментах мы делали перезапуск каждые 500 отсчетов. Для каждой моды колебаний отслеживались следующие параметры: частота, амплитуда и разность фаз между двумя сигналами кориолисового расходомера.

Для численной оценки качества определения параметров введем параметр RMSE (среднеквадратическое отклонение, СКО):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\hat{Y}(n) - Y(n) \right)^2}, \quad (30)$$

где $\hat{Y}(n), Y(n)$ – оцененное и действительное значения величины. Значения RMSE представлены в табл. 2 для уровня шума $\sigma = 0,01$.

Оба метода дают сопоставимые значения погрешности и хорошо отслеживают изменения в параметрах сигналов, даже для более зашумленной второй моды. Ключевое различие состоит во времени обработки сигналов (2,9 и 4,3 секунды для рекуррентного векторного ММП и векторного ММП, соответственно).

Заключение

В статье предложен рекуррентный векторный метод матричных пучков, который представляет эффективную с точки зрения скорости вычислений модификацию век-

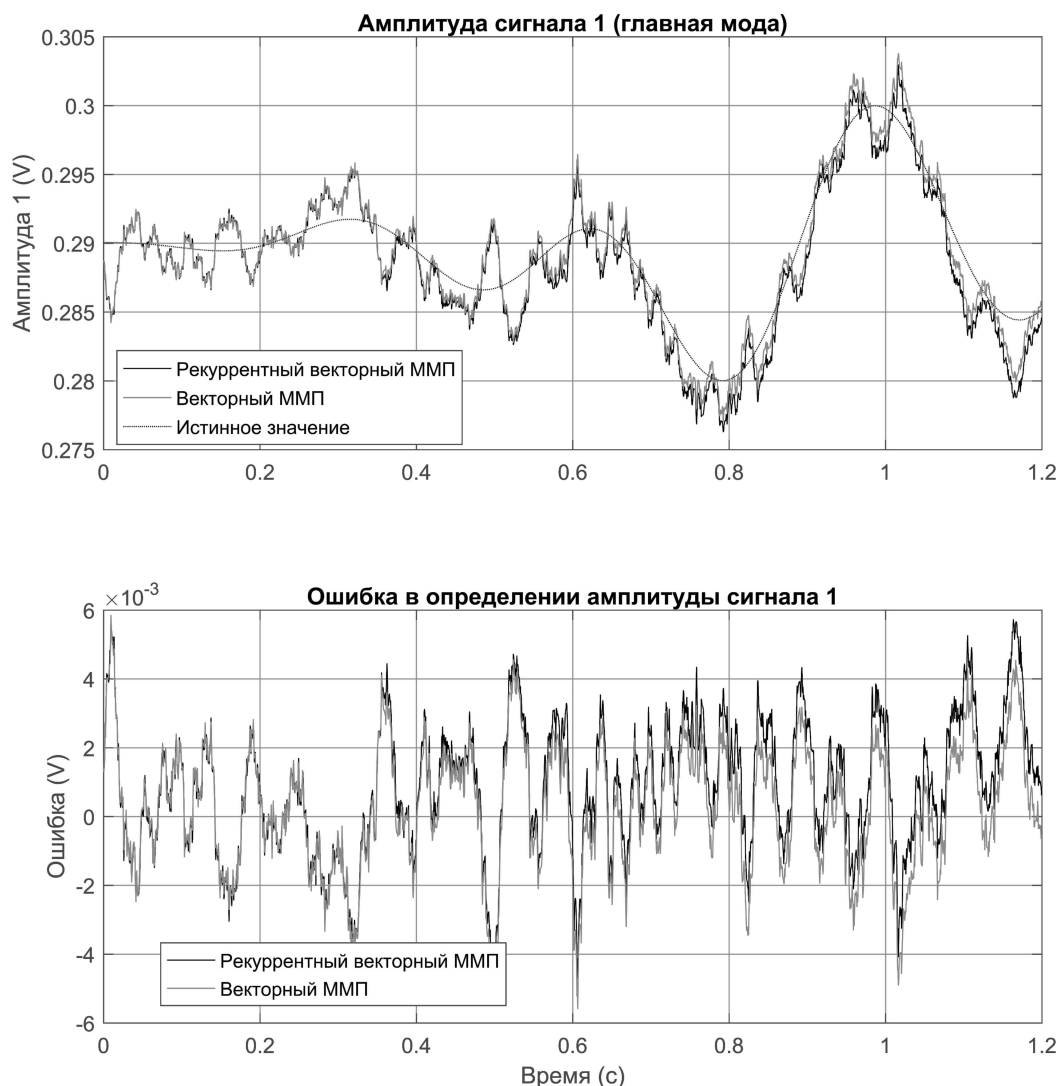


Рис. 2. Качество отслеживания амплитуды первой моды без перезапуска алгоритма

торного метода матричных пучков. Повышение производительности алгоритма достигается путем использования эффективной процедуры вычисления сингулярного разложения матрицы [17].

Как показывают результаты моделирования, качество отслеживания параметров в общем превосходит результаты классического ММП. Рекуррентный векторный ММП может быть использован для определения амплитуд, частот и разностей фаз для главной и второй моды колебаний измерительных сигналов кориолисового расходмера.

Статья выполнена при поддержке Правительства РФ (Постановление № 211 от 16.03.2013 г.), соглашение № 02.А03.21.0011.

Среднеквадратические отклонения оценок параметров сигнала

$\sigma = 0,01$ В, RMSE (первая мода)			
Алгоритм	СКО частоты (Гц)	СКО амплитуды (В)	СКО разности фаз (град.)
Векторный ММП	0,031	0,0017	0,0083
Рекуррентный векторный ММП	0,032	0,0019	0,0080
$\sigma = 0,01$ В, RMSE (вторая мода)			
Векторный ММП	0,388	0,018	0,043
Рекуррентный векторный ММП	0,466	0,020	0,041

Литература

1. Hua, Y. Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped/Undamped Sinusoids in Noise / Y. Hua, T.K. Sarkar // IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1990. – V. 38, № 5. – P. 814–824.
2. Crow, M.L. The Matrix Pencil for Power System Modal Extraction / M.L. Crow, A. Singh // IEEE Transactions on Power Systems. – 2005. – V. 20, № 1. – P. 501–502.
3. Drissi, K.E.K. The Matrix Pencil Method Applied to Smart Monitoring and Radar / K.E.K. Drissi, D. Poljak // Computational Methods and Experimental Measurements XVII. – 2016. – P. 13–24.
4. Персичкин, А.А. О методике оценки параметров сейсмических сигналов / А.А. Персичкин, А.А. Шпилевой // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Серия: Физико-математические и технические науки. – 2015. – № 10. – С. 122–125.
5. Hossein, Q. A Comparative Study of Signal Processing Methods for Structural Health Monitoring / Q. Hossein, A. Hojjat // Journal of Vibroengineering. – 2016. – V. 18, № 4. – P. 2186–2204.
6. Ibrayeva, O. Matrix Pencil Method for Coriolis Mass Flow Meter Signal Processing in Two-Phase Flow Conditions / O. Ibrayeva, D. Salov // 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing. – St. Petersburg. – 2017. – Article ID: 17285180. – 4 p.
7. Tombs, M. Two-Phase Coriolis Mass Flow Metering with High Viscosity Oil / M. Tombs, F. Zhou, M. Henry // Flow Measurement and Instrumentation. – 2018. – V. 59. – P. 23–27. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2017.11.009.
8. Henry, M. Two-Phase Flow Metering of Heavy Oil Using a Coriolis Mass Flow Meter: A Case Study / M. Henry, M. Tombs, M. Duta, F. Zhou // Flow Measurement and Instrumentation. – 2006. – V. 17, № 6. – P. 399–413.
9. Yaqing Tu. CMF Signal Processing Method Based on Feedback Corrected ANF and Hilbert Transformation / Yaqing Tu, Huiyue Yang, Haitao Zhang, Xiangyu Liu // Measurement Science Review. – 2014. – V. 14, № 1. – P. 41–47.
10. Ming Li. Complex Bandpass Filtering for Coriolis Mass Flow Meter Signal Processing / Ming Li, M. Henry // Industrial Electronics Society. – 2016. – P. 4952–4957.

11. Ibryaeva, O. Measurement Validation for ICPS: Matrix Pencil Method for Coriolis Metering with Liquid/Gas Flow / O. Ibryaeva, A. Semenov, M. Henry // Industrial Cyber-Physical Systems. – St. Petersburg, 2018. – P. 440–445.
12. Ibryaeva, O. Matrix Pencil Method for Coriolis Metering with Liquid/Gas Flow II: Experimental Results / O. Ibryaeva, P. Taranenko // Industrial Cyber-Physical Systems. – St. Petersburg, 2018. – P. 434–439.
13. Enrique, J. Comparison Between the Matrix Pencil Method and the Fourier Transform Technique for High-Resolution Spectral Estimation / J. Enrique, F. Rio, T.K. Sarkar // Digital Signal Processing. – 1996. – V. 6. – P. 108–125.
14. Biao Lu. Improved Matrix Pencil Methods / Biao Lu, Dong Wei, B.L. Evans, A.C. Bovik // Conference Record of Thirty-Second Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. – Pacific Grove, 1997. – P. 1433–1437.
15. Steffens, A. An Efficient Quantum Algorithm for Spectral Estimation / A. Steffens, P. Rebentrost, I. Marvian // New Journal of Physics. – 2017. – V. 19. – P. 1–14.
16. Ibryaeva, O. Recursive Matrix Pencil Method / O. Ibryaeva // 2nd International Ural Conference on Measurements. – 2017. – Chelyabinsk. – P. 6.
17. Brand, M. Fast Low-Rank Modifications of the Thin Singular Value Decomposition / M. Brand // Linear Algebra and its Applications. – 2006. – V. 415, № 1. – P. 20–30.
18. Henry, M.P. Matrix Pencil Method for Estimation of Parameters of Vector Processes / M.P. Henry, O.L. Ibryaeva, D.D. Salov, A.S. Semenov // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2017. – Т. 10, № 4. – С. 92–104.
19. Yilmazer, N. Multiple Snapshot Direct Data Domain Approach and ESPRIT Method for Direction of Arrival Estimation / N. Yilmazer, S. Ari, T.K.Sarkar // Digital Signal Processing. – 2018. – P. 561–567.
20. Henry, M. The Prism: Efficient Signal Processing for the Internet of Things / M. Henry, F. Leach, M. Davy, O. Bushuev // IEEE Industrial Electronics Magazine. – 2017. – P. 22–32.
21. Henry, M. An Introduction to Prism Signal Processing applied to Sensor Validation / M. Henry // Measurement Techniques. – 2018. – P. 1233–1237.

Ольга Леонидовна Ибряева, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедры «Вычислительная математика и высокопроизводительные процессы», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), ibryaevaol@susu.ru.

Александр Леонидович Шестаков, доктор технических наук, профессор, кафедра «Информационно-измерительная техника», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), shestakoval@susu.ru.

Иван Игоревич Федосов, магистрант, кафедра «Информационно-измерительная техника», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), ivanfedosv@mail.ru.

Поступила в редакцию 13 декабря 2018 г.

RECURSIVE MULTI-CHANNEL MATRIX PENCIL METHOD

*O.L. Ibryaeva*¹, *A.L. Shestakov*¹, *I.I. Fedosov*¹

¹South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

E-mails: ibriaevaol@susu.ru, shestakoval@susu.ru, ivanfedosv@mail.ru

The Matrix Pencil Method (MPM) approximates the input signal by a sum of complex exponentials. The method works well in many applications (high resolution DOA estimation, time-domain signal prediction, Coriolis Mass Flow Meter (CMF) signal processing). There are many modifications of the classical MPM, among which we mention the Recursive MPM capable of tracking signal parameters in the sliding window mode, and Multi-Channel MPM capable of processing several signals simultaneously which have the same poles. For example, this situation takes place in CMF signal processing where two sensors signals have the same frequencies for all vibration modes. The paper is devoted to combining these two techniques in the Recursive Multi-Channel MPM. This modification allows to track effectively the parameters of several signals with the same poles in the sliding window mode. Algorithms of all methods are summarized; a simulation example is given.

Keywords: matrix pencil method; recursive estimation; singular value decomposition (SVD); updating and downdating SVD; Coriolis Mass Flow Meter signal processing.

References

1. Hua Y., Sarkar T.K. Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped/Undamped Sinusoids in Noise. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1990, vol. 38, no. 5, pp. 814–824. DOI: 10.1109/29.56027
2. Crow M.L., Singh A. The Matrix Pencil for Power System Modal Extraction. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2005, vol. 20, no. 1, pp. 501–502. DOI: 10.1109/TPWRS.2004.841158
3. Drissi K.E.K., Poljak D. The Matrix Pencil Method Applied to Smart Monitoring and Radar. *Computational Methods and Experimental Measurements XVII*, 2016, vol. 59, pp. 13–24. DOI: 10.2495/CMEM150021
4. Persichkin A., Shpilevoy A. About the Method of Estimating the Parameters of Seismic Signals. *IKBU's Vestnik. Series: Physics, Mathematics, And Technology*, 2015, no. 10, pp. 122–125. (in Russian)
5. Hossein Q., Hojjat A. A Comparative Study of Signal Processing Methods for Structural Health Monitoring. *Journal of Vibroengineering*, 2016, vol. 18, no. 4, pp. 2186–2204. DOI: 10.21595/jve.2016.17218
6. Ibryaeva O., Salov D. Matrix Pencil Method for Coriolis Mass Flow Meter Signal Processing in Two-Phase Flow Conditions. *International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing*, 2017, pp. 1–4. DOI: 10.1109/ICIEAM.2017.8076363
7. Tombs M., Zhou F., Henry M. Two-Phase Coriolis Mass Flow Metering with High Viscosity Oil. *Flow Measurement and Instrumentation*, November, 2017, vol. 59, pp. 23–27. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2017.11.009.
8. Henry M., Tombs M., Duta M., Zhou F. Two-Phase Flow Metering of Heavy Oil Using a Coriolis Mass Flow Meter: A Case Study. *Flow Measurement and Instrumentation*, 2006, vol. 17, no. 6, pp. 399–413. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2006.07.008

9. Yaqing Tu, Huiyue Yang, Haitao Zhang, Xiangyu Liu. CMF Signal Processing Method Based on Feedback Corrected ANF and Hilbert Transformation. *Measurement Science Review*, 2014, vol. 14, no. 1, pp. 41–47. DOI: 10.2478/msr-2014-0007
10. Li Ming, Henry M. Complex Bandpass Filtering for Coriolis Mass Flow Meter Signal Processing. *Industrial Electronics Society*, 2016, pp. 4952–4957. DOI: 10.1109/IECON.2016.7793040
11. Ibryaeva O., Semenov A., Henry M. Measurement Validation for ICPS: Matrix Pencil Method for Coriolis Metering with Liquid/Gas Flow. *IEEE Industrial Cyber-Physical Systems*, 2018, p. 6. DOI: 10.1109/ICPHYS.2018.8390745
12. Ibryaeva O., Taranenko P. Matrix Pencil Method for Coriolis Metering with Liquid/Gas Flow II: Experimental Results. *IEEE Industrial Cyber-Physical Systems*, 2018, p. 6. DOI: 10.1109/ICPHYS.2018.8390744
13. Enrique J., Rio F., Sarkar T.K. Comparison Between the Matrix Pencil Method and the Fourier Transform Technique for High-Resolution Spectral Estimation. *Digital Signal Processing*, 1996, vol. 6, pp. 108–125. DOI: 10.1006/dspr.1996.0011
14. Biao Lu, Dong Wei, Evans B.L., Bovik A.C. Improved Matrix Pencil Methods. *Conference Record of Thirty-Second Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1997, pp. 1433–1437.
15. Steffens A., Rebentrost P., Marvian I. An Efficient Quantum Algorithm for Spectral Estimation. *New Journal of Physics*, 2017, vol. 19, pp. 1–14. DOI: 10.1088/1367-2630/aa5e48
16. Ibryaeva O. Recursive Matrix Pencil Method. *2nd International Ural Conference on Measurements*, 2017, p. 6. DOI: 10.1109/URALCON.2017.8120739
17. Brand M. Fast Low-Rank Modifications of the Thin Singular Value Decomposition. *Linear Algebra and Its Applications*, 2006, vol. 415, no. 1, pp. 20–30. DOI: 10.1016/j.laa.2005.07.021
18. Henry M.P., Ibryaeva O.L., Salov D.D., Semenov A.S. Matrix Pencil Method for Estimation of Parameters of Vector Processes. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2017, vol. 10, no. 4, pp. 92–104. DOI: 10.14529/mmp170409
19. Yilmazer N., Ari S., Sarkar T.K. Multiple Snapshot Direct Data Domain Approach and ESPRIT Method for Direction of Arrival Estimation. *Digital Signal Processing*, 2018, pp. 561–567. DOI: 10.1016/j.dsp.2007.07.004
20. Henry M., Leach F., Davy M., Bushuev O. The Prism: Efficient Signal Processing for the Internet of Things. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 2017, pp. 22–32. DOI: 10.1109/MIE.2017.2760108
21. Henry M. An Introduction to Prism Signal Processing Applied to Sensor Validation. *Measurement Techniques*, 2018, pp. 1233–1237. DOI: 10.1007/s11018-018-1345-1

Received December 13, 2018