УДК 51-77:001.895 **DOI: 10.14529/mmp220203**

МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ ТЕХНОЛОГИЙ ЗА ЛИМИТИРУЮЩИЕ РЕСУРСЫ

***А. Мустафин*[1], *А. Кантарбаева*[2]**
[1]Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, г. Алматы, Казахстан
[2]Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

Построена и исследована математическая модель развития технологий в борьбе за потребление общих производственных ресурсов. Модель основана на принципах эволюционной экономики и представляет собой систему уравнений «потребитель-ресурс». Потребителями выступают однородные популяции фирм, применяющих одну и ту же технологию. Выпуск фирм характеризуется производственной функцией с взаимодополняющими факторами. Технология может расти за счет создания новых фирм с удельной скоростью, пропорциональной выпуску, и уменьшаться вследствие разорения фирм. Потребляемые ресурсы поступают в отрасль извне; неиспользованные ресурсы покидают отрасль. Чем ниже минимальная потребность технологии в данном ресурсе, тем выше ее конкурентоспособность по отношению к этому ресурсу. Получены условия сосуществования технологий, согласно которым каждый конкурент должен превосходить остальных по эффективности использования одного ресурса и уступать им по эффективности использования прочих ресурсов. Показано существование двух принципиально различных механизмов естественного отбора доминирующей технологии: по селекционной ценности и по начальным условиям. Исследована принципиальная возможность регуляции технологического разнообразия отрасли путем воздействия на скорости поступления ресурсов.

Ключевые слова: диффузия инноваций; популяционная модель; потребитель-ресурс; эволюционная экономика; техноценоз.

Введение

Технический прогресс ассоциируется с распространением или, как принято говорить, *диффузией* новых технологий. Экономисты определяют диффузию как увеличение числа производителей, занятых изготовлением нового продукта [1].

Де-факто стандартными математическими моделями диффузии нововведений в настоящее время являются *эпидемические* модели [2–4], основанные на аналогии между распространением инфекционной болезни и технического новшества. Вслед за Э. Роджерсом [5] сторонники эпидемического подхода придерживаются его определения диффузии как процесса передачи инновации в течение времени по определенным каналам между членами социальной системы. В такой трактовке распространение новой технологии имеет большее отношение к вопросам передачи информации, психологии потребителя и принятия решений, чем к экономике. Наиболее известная эпидемическая модель, считающаяся базовой в данной категории, предложена в 1969 году Ф. Бассом [6]:

$$\dot{N} = (p + qN/K)(K - N), \qquad (1)$$

где N – мера диффузии инновации, выражающаяся числом производителей, перешедших на новую технологию к моменту времени t, K – рыночный потенциал (*несущая емкость* – в терминах теории популяций), $(K - N)$ – доля ещё не принявших нововведение, величины p и q – эмпирические коэффициенты инновации и имитации. Здесь и далее точка сверху означает производную по времени. Темп принятия технологии (скорость «заражения» информацией о новом продукте) предполагается пропорциональной частоте контактов будущих реципиентов как с внешним источником информации, так и с теми, кто уже принял нововведение. В двух предельных случаях – чисто вертикального влияния на будущих реципиентов ($q = 0$) и чисто горизонтального обмена информацией внутри социальной группы ($p = 0$) – модель Басса переходит соответственно в модели Фурта – Вудлока (экспоненциальную) [7] и Мэнсфилда (логистическую) [8].

В определенном смысле уравнение (1) – это минимальная модель, которая, с одной стороны, обладает ясной интерпретацией, а с другой – достаточно гибка для подгонки под известные эмпирические данные. Однако эпидемический подход имеет слабый экономический фундамент, что налагает серьезные ограничения на предсказательную силу моделей. Можно выделить по крайней мере три существенных недостатка эпидемических моделей:

1) несущая емкость (максимальное возможное число реципиентов технологии в данных условиях) считается постоянной;

2) предполагается, что после внедрения новая технология непременно будет принята. Такая предвзятость в пользу инновации оставляет в поле зрения только успешные продукты, игнорируя неудачные;

3) считается, что развитие новой технологии, которой уготован статус доминантной, не тормозится ни диффузией других претендентов, ни присутствием «старой» технологии, контролировавшей рынок ранее. Это означает, что в моделях не заложена конкуренция, которая со времен А. Смита признается неотъемлемым признаком рыночной экономики.

Эпидемические модели составляют часть более широкого класса так называемых *популяционных* моделей. В рамках популяционной парадигмы существует и иной подход, нацеленный на учёт конкурентного взаимодействия технологий. Он связан с использованием уравнений конкуренции *Лотки – Вольтерры – Гаузе (ЛВГ)*, известных из математической экологии. В этом подходе процесс смены технологии уподобляется вытеснению одного биологического вида другим в результате конкурентной борьбы, а технологическое разнообразие – сосуществованию видов одного трофического уровня.

Уравнения ЛВГ для двух конкурирующих популяций различных видов N_1 и N_2 в форме Г. Ф. Гаузе [9] имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{N}_1 &= r_1 N_1 (K_1 - N_1 - a_{12} N_2)/K_1, \\ \dot{N}_2 &= r_2 N_2 (K_2 - a_{21} N_1 - N_2)/K_2. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь r_i и K_i – соответственно удельная скорость роста и несущая емкость i-го вида, a_{ij} – коэффициент конкуренции, показывающий насколько эффективно скорость роста популяции i замедляется популяцией j. Систему (2) можно обобщить на случай n взаимно конкурирующих видов, вводя матрицу взаимодействия (a_{ij}) размерностью $n \times n$, в которой все диагональные (отвечающие за самодействие) элементы $a_{ii} \equiv 1$. Таким образом, перекрестные элементы a_{ij} характеризуют межвидовую конкуренцию, а диагональные – внутривидовую.

В уравнениях (2) не содержатся ни объект, ни механизм конкуренции. В них просто постулируется результирующее тормозящее влияние плотности каждой из популяций на свой собственный рост и на рост конкурента.

Стандартными средствами бифуркационной теории можно показать [10], что уравнения (2) допускают четыре различных исхода конкуренции по достижении устойчивого стационарного состояния $\bar{\mathbf{N}}$: 1) выигрывает первый вид, $\bar{\mathbf{N}} = (K_1, 0)$; 2) выигрывает второй вид, $\bar{\mathbf{N}} = (0, K_2)$; 3) виды сосуществуют, $\bar{\mathbf{N}} = \left(\frac{K_1 - a_{12}K_2}{1 - a_{12}a_{21}}, \frac{K_2 - a_{21}K_1}{1 - a_{12}a_{21}}\right)$; 4) в выигрыше может оказаться любой вид, $\bar{\mathbf{N}} = (K_1, 0)$ либо $\bar{\mathbf{N}} = (0, K_2)$, в зависимости от начальных условий.

Интерпретируя N_i в уравнениях (2) как однородную популяцию фирм, применяющих i-ю технологию для выпуска однотипного продукта в одинаковых объемах, можно заключить, что качественно перечисленные выше точки равновесия реалистично предсказывают типичные исходы конкуренции нововведений. В работах [11–15] и ряде других, основанных на уравнениях ЛВГ, не только качественно, но и количественно адекватно воспроизводится широкий круг закономерностей, выявляемых в накопленных эмпирических данных. В то же время перечисленные работы более содержательны в экономическом отношении по сравнению с эпидемическими.

Подчеркнем, что в уравнениях типа ЛВГ, записанных лишь в терминах популяций фирм либо выпускаемого ими продукта, вместо факторов производства фигурирует невнятное понятие несущей емкости, однако экономическое истолкование результатов моделирования часто дается в контексте конкуренции за наиболее эффективное использование ограниченных ресурсов.

Желание связать коэффициенты конкуренции с обилием и разнообразием ресурсов ведет к необходимости учета динамики последних. Известно, что снабжение ресурсами накладывает критические ограничения как на разнообразие производителей, так и на их число. Технологическая структура и функционирование отрасли экономики зависит в конечном счете от доступности ресурсов.

Развивая глубже аналогию между популяциями фирм и живых организмов, следует вспомнить, что, согласно общепринятой классификации Ю. Одума [16], экологи различают два типа конкуренции: *прямую* (interference), когда популяции активно подавляют друг друга, например, через агрессивное поведение, и *трофическую*, при которой каждая популяция неблагоприятно действуют на другую посредством потребления общих пищевых ресурсов в условиях их недостатка. Тип конкуренции часто обусловливается природой ресурса. Неделимый ресурс служит объектом прямой конкуренции, а за делимый ресурс борьба ведется через раздельный доступ [17]. Нетрудно видеть, что уравнения ЛВГ (2) содержат члены, отвечающие именно за прямую конкуренцию. Формализация трофической конкуренции требует записи для каждой популяции подсистемы уравнений *потребитель-ресурс*, что впервые сделал Р. Макартур [18] и впоследствии развили другие исследователи [19–23].

В концептуальном отношении модель потребитель-ресурс (или *хищник-жертва*) в экономике хорошо известна. Еще в 1967 году Р. Гудвин [24] вывел систему двух дифференциальных уравнений для доли труда в национальном доходе и занятости, идентичную классической системе хищник-жертва А. Лотки и В. Вольтерры. Обзор более новых работ в этом направлении дается в статье [25]. Среди исследований современных российских авторов следует отметить работу [26], где моделируется поглощение малых фирм крупными компаниями. Однако насколько нам известно, до сих пор не предпринимались попытки составления и анализа систем уравнений типа потребитель-ресурс с n потребителями и m ресурсами для произвольных $n, m > 1$ с целью моделирования конкуренции популяций фирм за общие производственные факторы.

Целью настоящей работы является построение и исследование математической модели эволюции технологической структуры экономической системы, состоящей из популяций фирм, конкурирующих между собой посредством потребления взаимодополняющих ресурсов. В соответствии с данной целью решаются следующие задачи:
1) сформулировать общие уравнения потребитель-ресурс для открытой («проточной») системы с произвольным числом технологий и производственных ресурсов;
2) определить возможные типы естественного отбора технологий на языке динамических систем;
3) выявить критерий селекционной ценности технологии;
4) установить роль разнообразия производственных ресурсов в технологической структуре отрасли;
5) исследовать влияние скоростей поступления ресурсов в систему на характер и тип конкурентного отбора технологий;
6) сформулировать условия совместимости технологий и указать методы регулирования технологического разнообразия.

1. Модель

Допустим, в некоторой отрасли насчитывается n различных технологий. Будем считать, что каждая технология $j \in 1, \ldots, n$, представлена популяцией слабодифференцированных («элементарных») фирм, выпускающих однотипный продукт с близкими характеристиками в примерно равном количестве за единичный период времени. Размер популяции N_j служит мерой диффузии j-й технологии в момент времени t. Пусть m – количество различных ресурсов, потребляемых всеми n популяциями фирм. При этом каждая конкретная технология необязательно нуждается во всех m ресурсах для своего производства. Обозначим через R_i количество i-го ресурса ($i \in 1, \ldots, m$), которое доступно всем n технологиям отрасли в момент времени t. Мы будем исходить из следующей системы балансовых уравнений потребитель-ресурс:

$$\begin{aligned} \dot{R}_i &= r_i - \textstyle\sum_{j=1}^{n} N_j Q_{ij} Y_j - d_i R_i, \quad i = 1, \ldots, m, \\ \dot{N}_j &= N_j \left(h_j Y_j - D_j \right), \quad j = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь r_i – скорость поступления i-го ресурса в отрасль, Q_{ij} – содержание ресурса i в продукте j-го типа, $Y_j(\cdot)$ – выпуск продукта индивидуальной фирмой популяции j (*производственная функция* фирмы), d_i – удельная скорость ухода i-го непотребленного ресурса из системы, h_j – переводной коэффициент, показывающий, сколько новых фирм, работающих по технологии j, можно создать на выручку от реализации одной единицы j-го продукта, D_j – частота выхода фирм из j-й популяции, обусловленная всеми видами потерь.

Говоря о формализации новой технологии, один из отцов-основателей эволюционной теории технического прогресса Й. Шумпетер писал: «...Мы просто определим инновацию как создание новой производственной функции. Это относится как к новому товару, так и к новой форме организации, такой как результат слияния компаний, к открытию новых рынков и так далее. Вспоминая, что производство в экономическом смысле есть не что иное как комбинирование производственных операций, мы можем выразить то же самое, сказав, что инновация по-новому комбинирует факторы, или что она состоит в осуществлении Новых Комбинаций ...» [27, p. 87]. В данной модели мы трактуем технологию как уникальный, строго детерминированный метод производства, не допускающий отклонения от технологических норм использования ресурсов на единицу продукции. Тем самым функция $Y_j(\cdot)$ должна обладать свойством взаимодополняемости (комплементарности) ресурсов. Подходящим выбором является производственная функция Леонтьева – Либиха с фиксированными пропорциями аргументов:

$$Y_j = \min(a_{1j}R_1, \ldots, a_{mj}R_m), \tag{4}$$

где $a_{1j}, \ldots, a_{mj}$ – технические («стехиометрические») коэффициенты. Функциональная зависимость (4) показывает, что на объем выпуска положительно влияет увеличение лишь одного из факторов, в то время как вариация остальных ресурсов не приводит к росту производства. Уменьшение лимитирующего фактора невозможно скомпенсировать за счет увеличения других факторов.

Подставляя (4) в (3) и вводя $b_{ij} = h_j a_{ij}$ – *сродство* технологии j к ресурсу i и $q_{ij} = Q_{ij}/h_j$ – *квоту* ресурса i в фирме типа j, записываем окончательные уравнения модели конкуренции технологий:

$$\begin{aligned} \dot{R}_i &= r_i - \textstyle\sum_{j=1}^{n} N_j q_{ij} \min(b_{1j}R_1, \ldots, b_{mj}R_m) - d_i R_i, \quad i = 1, \ldots, m, \\ \dot{N}_j &= N_j\big(\min(b_{1j}R_1, \ldots, b_{mj}R_m) - D_j\big), \quad j = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{5}$$

Все параметры в уравнениях (5) неотрицательные. Размерности величин, входящих в модель, таковы: $[R_i]$ = ед. ресурса, $[N_j]$ = фирма, $[r_i]$ = (ед. ресурса)(ед. времени)$^{-1}$, $[q_{ij}]$ = (ед. ресурса)(фирма)$^{-1}$, $[b_{ij}]$ = ((ед. ресурса)(ед. времени))$^{-1}$, $[d_i]$ = (ед. времени)$^{-1}$, $[D_j]$ = (ед. времени)$^{-1}$.

По аналогии с биоценозом – тесно интегрированным сообществом различных видов в данном биотопе, сообщество динамически взаимодействующих технологий можно называть *техноценозом.*

2. Результаты

При $m = n = 1$ модель (5) описывает изолированную технология с одним лимитирующим ресурсом:

$$\dot{R} = r - NqbR - dR, \quad \dot{N} = N(bR - D). \tag{6}$$

Система (6) имеет две неподвижные точки:

$$\bar{R} = r/d, \quad \bar{N} = 0; \tag{7a}$$

$$\bar{R} = D/b, \quad \bar{N} = (r/D - d/b)/q. \tag{7b}$$

Пустое стационарное состояние (7a) соответствует «вымыванию» технологии из системы и существует при любых параметрах модели. Стационарное состояние (7b) с ненулевым числом фирм имеет место только при $r > dD/b$.

Стационарные состояния (7) не могут быть устойчивыми одновременно. При $r > dD/b$ равновесие (7a) – седло, а (7b) – устойчивый узел. При $r = dD/b$ происходит транскритическая бифуркация: неподвижные точки сливаются, «проходят сквозь друг друга» и «обмениваются» устойчивостью.

Как видно из формулы (7b), в модели (6) стационарное количество ресурса не зависит ни от скорости его поступления, ни от скорости его оттока. В то же время стационарное число фирм зависит от интенсивности снабжения ресурсом.

Величина $R^* = D/b$ есть *минимальная ресурсообеспеченность* (break-even resource availability), при которой прирост числа фирм равняется их убыли. Это критическое количество ресурса, необходимое технологии для поддержания устойчивого стационарного уровня развития. При данном бизнес-климате, характеризуемом в модели агрегированным параметром D, величина $1/R^*$ служит показателем эффективности технологии.

Рассмотрим возможность длительного сосуществования n технологий, конкурирующих за m ресурсов. В стационарном состоянии (с учетом $N_j \neq 0 \; \forall j$) правые части системы (5) обращаются в нуль:

$$\textstyle\sum_{j=1}^{n} N_j q_{ij} \min(b_{1j}R_1, \ldots, b_{mj}R_m) + d_i R_i = r_i, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{8a}$$

$$\min(b_{1j}R_1, \ldots, b_{mj}R_m) = D_j, \quad j = 1, \ldots, n. \tag{8b}$$

Алгебраическая подсистема (8b) полностью независима и состоит из n уравнений с m неизвестными. Для существования решения число уравнений не должно превышать числа неизвестных: $n \leqslant m$. Физически данное неравенство означает, что в стационарном техноценозе число сосуществующих технологий не может быть больше числа лимитирующих ресурсов. Это утверждение известно в экологии как *принцип конкурентного исключения* (напр., [28]), и модель (5) – не единственная, которая имеет следствием данный принцип. Таким образом, успешная интродукция новой технологии в техноценоз с сохранением всех ранее оперировавших технологий невозможна без освоения нового ресурса.

Принцип конкурентного исключения выражает собой лишь необходимое, но не достаточное условие существования внутренней неподвижной точки. Дополнительные условия зависят от параметров подсистемы (8a). Кроме того, ограничение снизу на число различных ресурсов справедливо только для сосуществования технологий в положении устойчивого равновесия. Вообще говоря, может быть и так, что внутренняя неподвижная точка неустойчивая, но при этом все траектории системы притягиваются к внутренней периодической орбите.

Общий критерий сосуществования технологий не говорит о том, какие технологии и в каком точно количестве могут сосуществовать, если набор ресурсов зафиксирован. К тому же он не предсказывает, какие технологии закрепятся в экономической системе в результате естественного отбора, если первоначальное число конкурентов превосходит число ресурсов.

Полное аналитическое рассмотрение стационарных состояний с отысканием не только необходимых, но и достаточных условий сосуществования n конкурентов на n ресурсах возможно лишь в частном случае двух технологий и двух ресурсов (рис. 1).

При $m = n = 2$ в системе (5) возможны две схемы разделения ресурсов: а) обе технологии лимитируются одним и тем же ресурсом; б) каждая технология лимитируется собственным ресурсом.

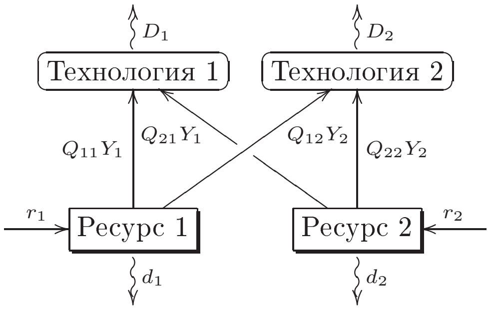

Рис. 1. Блок-схема модели конкуренции двух технологий

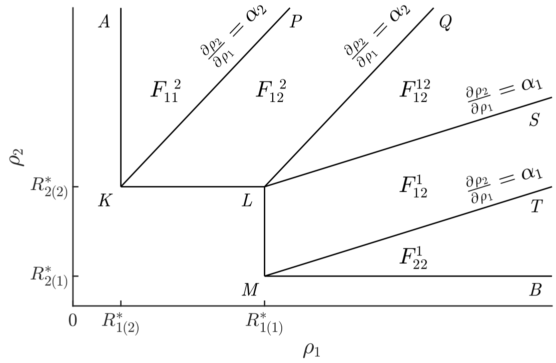

Рис. 2. Плоскость ресурсов в случае $R^*_{1(1)} > R^*_{1(2)}$, $R^*_{2(2)} > R^*_{2(1)}$ и $\alpha_2 > \alpha_1$

Будем обозначать неподвижную точку символом F_{uv}^{xy}. Верхние индексы означают технологии, нижние – соответствующие им лимитирующие ресурсы. Отсутствие какого-либо верхнего индекса означает, что данная технология в рассматриваемом положении равновесия «вымерла».

Пусть обе технологии лимитируются ресурсом 1. Это предположение равносильно одновременному выполнению в стационарном состоянии двух неравенств: $b_{11}\bar{R}_1 < b_{21}\bar{R}_2$ и $b_{12}\bar{R}_1 < b_{22}\bar{R}_2$.

Если технологии сосуществуют и при этом обе лимитируются ресурсом 1, то в плоскости ресурсов (R_1, R_2) должна иметься некоторая область ненулевой меры, где выполняется тождество $D_1/b_{11} = D_2/b_{12}$. Существование такой области крайне маловероятно. Следовательно, существование внутренней неподвижной точки F_{11}^{12}, соответствующей обсуждаемой схеме разделения ресурсов, невозможно. Допускаются лишь граничные стационарные состояния F_{11}^{1} и $F_{11}^{\;2}$.

Для дальнейшего анализа удобно ввести новые параметры $R^*_{i(j)} = D_j/b_{ij},\ i,j = 1,2$; $\rho_i = r_i/d_i,\ i = 1,2$; $\alpha_j = (d_1/d_2)(q_{2j}/q_{1j}),\ j = 1,2$. Здесь $R^*_{i(j)}$ – минимальная обеспеченность i-м ресурсом технологии j. Величины $R^*_{i(j)}$ образуют квадратную матрицу, которую мы будем называть *прожиточной* (subsistence). Параметры ρ_1 и ρ_2 – максимальные доступные количества соответствующих ресурсов 1 и 2 в отсутствие конкурентов. Их можно также трактовать как нормированные скорости ресурсоснабжения.

В новых обозначениях компактно записываются координаты граничной неподвижной точки F_{11}^{1} с необходимыми и достаточными условиями ее существования и устойчивости (см. (10) в Приложении). Точно так же могут быть найдены и охарактеризованы прочие граничные равновесия – $F_{11}^{\;2}$, F_{22}^{1} и $F_{22}^{\;2}$, в которых обе технологии лимитируются одним и тем же ресурсом (см. (11) – (13) в Приложении).

Возможны еще четыре граничных равновесия с одним выигравшим – F_{12}^{1}, $F_{12}^{\;2}$, F_{21}^{1} и $F_{21}^{\;2}$, где конкуренты лимитируются различными ресурсами (см. (14) – (17) в Приложении).

Прежде чем перейти к внутренним стационарным состояниям, обсудим смысл необходимых условий сосуществования конкурентов. Предположим, что технология 1 лимитируется ресурсом 1, а технология 2 – ресурсом 2. В стационарном состоянии имеем $D_1 = b_{11}\bar{R}_1 < b_{21}\bar{R}_2$ и $D_2 = b_{22}\bar{R}_2 < b_{12}\bar{R}_1$. Из этих соотношений следует, что $\bar{R}_1 = R^*_{1(1)} > R^*_{1(2)}$ и $\bar{R}_2 = R^*_{2(2)} > R^*_{2(1)}$.

Как видно, устойчивое сосуществование двух технологий, конкурирующих за два незаменимых ресурса, предполагает, что максимальные элементы строк прожиточной матрицы $(R^*_{i(j)})$ принадлежат разным столбцам.

Полученные условия являются необходимыми для сосуществования. В них утверждается, что каждая из технологий должна превосходить конкурирующую в эффективности использования одного ресурса и уступать ей по результативности расходования другого. Лимитирование сосуществующих конкурентов различными ресурсами придает бо́льшую конкретность распространенному выражению «каждая технология должна найти свою нишу, чтобы выжить». Кроме того, этот принцип имеет много общего с известным в экономике принципом сравнительных преимуществ, по которому торговля взаимовыгодна для обеих сторон независимо от того, является ли производство в одной из них абсолютно более эффективным, чем в другой, если стороны специализируются на выпуске тех товаров, которые они могут производить с относительно более низкими издержками по сравнению с торговыми партнерами.

Если технология 1 лимитируется ресурсом 2, а технология 2 – ресурсом 1, то тогда знаки неравенств в условиях сосуществования должны поменяться на противоположные: $\bar{R}_1 = R^*_{1(2)} > R^*_{1(1)}$ и $\bar{R}_2 = R^*_{2(1)} > R^*_{2(2)}$.

Для проверки, обладает ли та или иная внутренняя неподвижная точка физическим смыслом и устойчивостью, нужно принять во внимание уравнения для динамики ресурсов и исследовать знаки собственных чисел матрицы Якоби системы (5). Результаты анализа представлены формулами (18) и (19) в Приложении.

Конкуренция между двумя технологиями за два незаменимых ресурса может быть проиллюстрирована графически путем совмещения полученных выше алгебраических ограничений на параметрической плоскости ресурсов (ρ_1, ρ_2), где координаты каждой точки представляют собой нормированные скорости притоков ресурсов. Линии, соответствующие неравенствам, делят плоскость на ряд связных областей, каждая из которых отвечает тому или иному исходу конкуренции.

Поскольку мы главным образом интересуемся условиями, обеспечивающими долговременное сосуществование конкурирующих технологий, то нашей отправной точкой будет внутреннее стационарное состояние F^{12}_{12}, определяемое формулами (18). Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что только четыре из прочих возможных равновесий совместимы с F^{12}_{12} – это $F_{11}^{\ 2}$, $F_{12}^{\ 2}$, F^1_{12} и F^1_{22}. Соответствующее разбиение плоскости ресурсов показано на рис. 2. Лучи, выходящие из точек K, L и M, разбивают плоскость на области доминирования и сосуществования согласно формулам (11), (12), (14), (15) и (18). Областей с различными исходами всего пять. В областях $F_{11}^{\ 2}$, $F_{12}^{\ 2}$, F^1_{12} и F^1_{22} технология с более высокой селекционной ценностью всегда вытесняет другую. Устойчивое сосуществование технологий возможно для точек ресурсоснабжения, образующих область F^{12}_{12} – *групповую нишу* (assemblage niche). Левее и ниже ломаной линии $AKLMB$ не выживает ни одна из технологий, так как условия снабжения ресурсами там чересчур скудные для обеих.

Угол QLS, определяющий размер области сосуществования на рис. 2, можно выразить формулой

$$\operatorname{tg}(\angle QLS) = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{1 + \alpha_1\alpha_2} = \frac{q_{11}q_{22} - q_{12}q_{21}}{(d_2/d_1)q_{11}q_{12} + (d_1/d_2)q_{21}q_{22}}, \tag{9}$$

из которой видно, что по мере уменьшения величины $|\det(q_{ij})|$ групповая ниша на параметрической плоскости ресурсов сужается. Поскольку q_{ij} – это доля i-го ресурса в продукте j-го типа, то формула (9) подразумевает, что чем меньше разница между квотами ресурсов 1 и 2 в продукте каждой из технологий, тем меньше шансов на сосуществование последних.

Эта закономерность важна для практики совместного «инкубирования» технологий в отрасли. С одной стороны, если номенклатура лимитирующих ресурсов задана, то следует выбирать такие технологии, для которых отношения этих ресурсов в продукции технологий наиболее различны. С другой стороны, если необходимо обеспечить совместное развитие определенных технологий, то их рост должен происходить в условиях лимитирования теми факторами, по которым наиболее отличается состав продуктов.

Согласно формулам (18) и (19), при движении в плоскости ресурсов, например, от границы LQ групповой ниши к границе LS доля второй популяции в техноценозе уменьшается от 1 до 0, а первой – возрастает от 0 до 1. При этом с увеличением скорости поступления одного из ресурсов растет та технология, у которой выше минимальная потребность к данному ресурсу, а число пользователей другой – сокращается.

Кроме того, как видно из рис. 2, клиновидная групповая ниша сужается при приближении к началу координат: в бедной ресурсами отрасли конкуренция чаще приводит к исключению одного из игроков, тогда как богатая отрасль предоставляет больше шансов на сосуществование.

Динамика конкурентов в области устойчивого внутреннего равновесия иллюстрируется путем численного решения системы (5) с различными начальными условиями и проектированием результирующих траекторий на плоскость технологий (N_1, N_2), как показано на рис. 3. Место действия – область притяжения устойчивого стационарного состояния F_{12}^{12} (см. рис. 2). Помимо устойчивой неподвижной точки показаны также проекции двух неустойчивых граничных равновесий F_{12}^{1} и $F_{12}^{\;2}$. Параметры расчетов: $\mathbf{b} = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1{,}5 \end{smallmatrix}\right)$, $\mathbf{q} = \left(\begin{smallmatrix} 1{,}2 & 1{,}0 \\ 0{,}9 & 1{,}5 \end{smallmatrix}\right)$, $\mathbf{d} = (0,5, 0,6)$, $\mathbf{D} = (1,5, 2,0)$, $\mathbf{r} = (1,8, 1,8)$. Поскольку фазовое пространство системы четырехмерно, то траектории на плоскости могут выглядеть самопересекающимися.

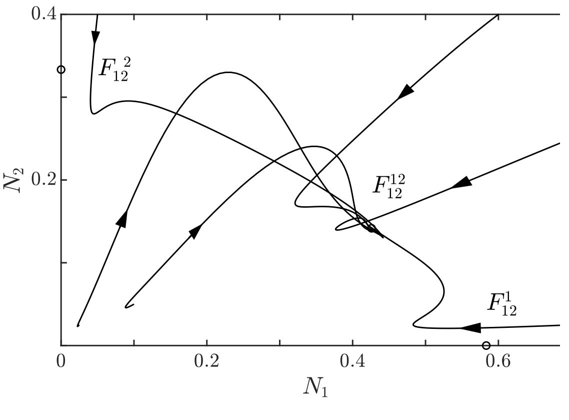

Рис. 3. Устойчивое сосуществование конкурентов

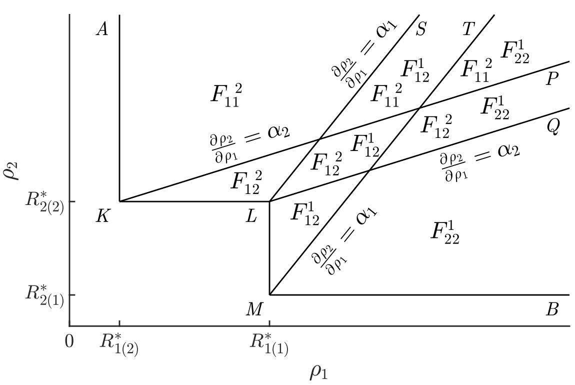

Рис. 4. Плоскость ресурсов в случае $R^*_{1(1)} > R^*_{1(2)}$, $R^*_{2(2)} > R^*_{2(1)}$ и $\alpha_1 > \alpha_2$ (ср. рис. 2)

Теперь предположим, что условия $R^*_{1(1)} > R^*_{1(2)}$ и $R^*_{2(2)} > R^*_{2(1)}$ по-прежнему выполняются, однако $\alpha_1 > \alpha_2$. В этом случае внутренняя неподвижная точка F^{12}_{12} теряет устойчивость; сосуществование технологий становится невозможным. Две полосы, $PKLQ$ и $SLMT$, которые расходились на рис. 2 (из-за ранее справедливого условия $\alpha_2 > \alpha_1$), теперь пересекаются и делают параметрическую плоскость похожей на лоскутное одеяло, как показано на рис. 4. Некоторые секторы с единственно возможным исходом перекрываются и образуют области бистабильности. Бистабильность подразумевает выбор из альтернатив, результат которого зависит от начального положения. При этом отбор доминирующей технологии происходит случайно, независимо от селекционной ценности. Данный феномен известен как *зависимость от траектории предшествующего развития* (path dependence) и тесно связан с такими фундаментальными понятиями эволюционной экономики как *блокировка* (lock-in) и *хреодное развитие* (chreodic development) [29]. В экологии ситуация, когда начальные условия определяют исход конкуренции, носит название *эффекта первопоселенца* (priority effect) [30], поскольку победу обычно одерживает вид с начальным превосходством в численности.

На рис. 5 представлена конкурентная динамика, разыгрывающаяся в одном из островков бистабильности – области $F^1_{22} \oplus F_{11}^{\ 2}$ (см. рис. 4). Показаны проекции фазовых траекторий на плоскость технологий (N_1, N_2). Траектории удаляются прочь от неустойчивого внутреннего равновесия F^{12}_{12} и устремляются к устойчивым граничным неподвижным точкам F^1_{22} или $F_{11}^{\ 2}$ – в зависимости от начального положения. Выбор доминирующей технологии обусловлен исторически, но не продиктован сравнительной ценностью (эффект первопоселенца). Параметры расчетов: $\mathbf{b} = \left(\begin{smallmatrix} 1{,}0 & 2{,}0 \\ 3{,}0 & 1{,}5 \end{smallmatrix}\right)$, $\mathbf{q} = \left(\begin{smallmatrix} 1{,}0 & 1{,}2 \\ 1{,}5 & 0{,}9 \end{smallmatrix}\right)$, $\mathbf{d} = (0,5, 0,6)$, $\mathbf{D} = (1,5, 2,0)$, $\mathbf{r} = (1,8, 1,8)$.

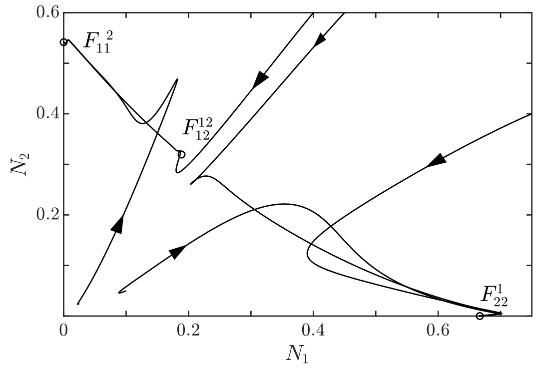

Рис. 5. Эволюционный триггер

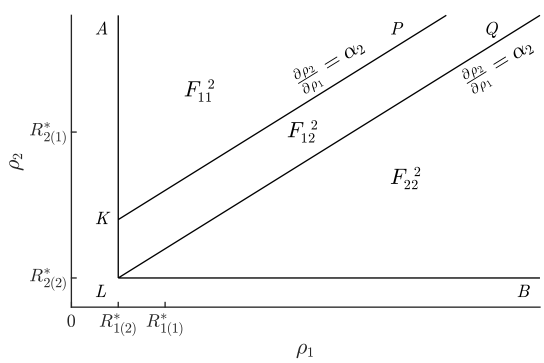

Рис. 6. Вторая технология, более эффективно использующая оба ресурса, всегда вытесняет первую

Отталкиваясь от другого внутреннего равновесия F^{12}_{21}, даваемого формулами (19), можно получить типы разбиения плоскости (ρ_1, ρ_2), топологически идентичные изображенным на рис. 2 и 4, если сделать следующие замены в обозначениях: $\alpha_1 \leftrightarrows \alpha_2$, $F_{11}^{\ 2} \to F^1_{11}$, $F_{12}^{\ 2} \to F^1_{21}$, $F^{12}_{12} \to F^{12}_{21}$, $F^1_{12} \to F_{21}^{\ 2}$ и $F^1_{22} \to F_{22}^{\ 2}$ (см. соответственно формулы (10), (16), (17) и (13)).

Для полноты картины предположим, что одна из технологий, скажем, вторая, превосходит конкурирующую по эффективности использования обоих ресурсов. Это, очевидно, равносильно двум условиям: $R^*_{1(1)} > R^*_{1(2)}$ и $R^*_{2(1)} > R^*_{2(2)}$. Пусть, для определенности, $R^*_{1(2)}R^*_{2(1)} > R^*_{1(1)}R^*_{2(2)}$. В этом случае невозможны ни сосуществование, ни бистабильность. Технология 2 конкурентно вытесняет технологию 1 во всех точках плоскости (ρ_1, ρ_2), находящихся в растворе прямого угла ALB, как показано на рис. 6. При переходе от $F_{11}^{\ 2}$ к $F_{22}^{\ 2}$ через $F_{12}^{\ 2}$ меняются лимитирующие факторы, но не выигрывающий конкурент. В точках ресурсоснабжения, лежащих вне прямого угла ALB, невозможно существование ни одной из технологий.

Подобным же образом будет выглядеть разбиение плоскости для случая, когда превосходством по эффективности использования обоих ресурсов обладает технология 1, что соответствует выполнению условий $R^*_{1(2)} > R^*_{1(1)}$ и $R^*_{2(2)} > R^*_{2(1)}$.

Обсуждение и заключительные замечания

Экономические и биологические системы объединяет такое важное общее свойство самоорганизующихся систем, как эффекты конкуренции. Отбор основан на нарушении устойчивости прежнего состояния системы конкурирующих агентов, вызванном появлением более приспособленных мутантов. Для реализации отбора необходимо наличие ограничения на суммарное количество материала, либо на метаболические притоки и оттоки. Как правило, имеет место конкуренция за потребление ограниченных (по суммарному объему или по потоку) ресурсов: в экономической жизни – между хозяйствующими субъектами, в биологии – между популяциями организмов.

В молекулярном аспекте биологической эволюции возникновение нового вида означает появление белков с новыми функциями и новых генов, соответствующих этим белкам. Точно так же, в техническом прогрессе возникновение нововведения ассоциируется со способностью к освоению нового ресурса, или, более формально, с новой формой производственной функции. Новые технологии открывают новые источники снабжения ресурсами, создают новые рыночные ниши и обживают их.

Технический прогресс, интерпретируемый как эволюция технологий через инновации, предполагает экономическое развитие в определенном направлении. Несмотря на твердо установленный факт, что изобретение, лежащее в основе исследовательской и опытно-конструкторской работы, ведущей к новому продукту или услуге, является случайным процессом [31], эволюция технологий – не просто стохастическое блуждание в пространстве морфологических и функциональных характеристик. Так же, как теория биологической эволюции основывается на случайной вариабельности, управляемой, в конечном счете, мутациями и рекомбинацией геномов, эволюционная теория экономических изменений исходит из инновационной деятельности предпринимателя, выражающейся в поиске новых сочетаний факторов производства. Но это только причина, а не направленность процесса. Направленное же движение технического прогресса обусловлено естественным отбором.

В терминах нашей модели конкуренции отбор означает сходимость траекторий системы к определенной асимптотически устойчивой граничной неподвижной точке в пространстве популяций. Граничная неподвижная точка – это «чистое» стационарное состояние, которое отличается от высоко симметричного «смешанного» стационарного состояния – как тривиального, так и внутреннего – относительно низкой степенью симметрии. Акт отбора неизменно связан с потерей устойчивости смешанного стационарного состояния и уменьшением симметрии системы. Это аналогично известному из статистической физики неравновесному фазовому переходу второго рода. Потеря устойчивости служит предпосылкой к утверждению новой доминирующей технологии. Нарушенные симметрии встречаются при изучении самых различных явлений, таких как возникновение видов, морфогенез, турбулентность, образование звезд.

Классический дарвиновский отбор подразумевает выживание наиболее приспособленного, наиболее адаптированного к окружающим условиям. В нашей модели этот тип отбора означает сходимость к конкретной устойчивой граничной неподвижной точке. Фактически исход предопределен самой высокой селекционной ценностью победителя, или, иначе говоря, наиболее низкой минимальной ресурсообеспеченностью. Если внутренние неподвижные точки отсутствуют, указанное условие всегда выполнено, поскольку устойчиво лишь одно из всех граничных стационарных состояний. Отбор по начальным условиям имеет несколько другой смысл. Если данная система конкурентов обладает неустойчивой внутренней неподвижной точкой и множественными устойчивыми граничными неподвижными точками с областями притяжения сравнимого размера, отделенными сепаратрисными гиперповерхностями, то акт отбора будет *фиксацией случайного выбора* (accidental choice remembered) [32]. По существу, это скорее отбор начальных условий, заканчивающийся победой необязательно самого приспособленного.

В настоящем исследовании получены условия сосуществования технологий и дано объяснение, каким образом технологическое разнообразие отрасли зависит от поступления незаменимых ресурсов. Найденные условия сосуществования требуют, чтобы конкуренты в стационарном техноценозе лимитировались различными ресурсами. Широко распространенное выражение «каждый успешный конкурент вырезает себе собственную нишу» в контексте наших результатов можно переформулировать следующим образом: каждый конкурент в стационарном техноценозе лимитируется своим производственным фактором. Возможность такого разделения лимитирующих факторов определяется не только различиями в функциях роста конкурентов, но также вероятностями выхода фирм из популяций и скоростями поступления ресурсов. Мы полагаем, что описанная возможность регуляции разнообразия сообщества популяций фирм является одним из главных механизмов, управляющих технологической структурой реальной экономики.

Мы уже упоминали интересную аналогию между условиями сосуществования технологий и принципом сравнительных преимуществ. Можно указать на еще одну аналогию – между принципом конкурентного исключения и *правилом Тинбергена* (Tinbergen rule), по которому для успешного достижения n целевых показателей требуется не меньшее количество независимых политических инструментов. Насколько эта параллель нетривиальна – необходим дополнительный анализ.

Следует особо подчеркнуть роль ресурсоснабжения в формировании технологической структуры сообщества. Число технологий в сообществе не может превышать числа ресурсов, но какие технологии в конце концов закрепятся в техноценозе – будет главным образом зависеть от прожиточной матрицы всех конкурентов, пытающихся заселить отрасль экономики, и от скоростей поступления всех незаменимых ресурсов. Изменения притоков ресурсов приводят к перестройке технологической структуры отрасли.

Сосуществование технологий требует, чтобы максимальные элементы строк прожиточной матрицы принадлежали различным столбцам. В стационарном техноценозе, при возрастании скорости поступления одного из ресурсов популяция фирм с наиболее высоким порогом минимальной потребности в данном ресурсе будет увеличиваться, поскольку именно эта технология лимитируется указанным ресурсом. Избыточный приток некоторого ресурса приводит к сокращению числа оперирующих технологий на единицу, так как при этом уменьшается на единицу число лимитирующих факторов.

В заключение отметим, что предложенная нами модель конкуренции технологий, в которой явно учитывается борьба за незаменимые ресурсы, позволяет получить более содержательные экономические результаты по сравнению с известными популяционными моделями диффузии нововведений.

Приложение

Неподвижные точки системы (5) для $m = n = 2$ с условиями их существования и устойчивости:

$$\begin{gathered} F_{11}^{1}\,:\,\bar{R}_1 = R^*_{1(1)}, \bar{R}_2 = \rho_2 - \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(1)}), \bar{N}_1 = d_1(\rho_1 - R^*_{1(1)})/(D_1 q_{11}), \bar{N}_2 = 0; \\ \rho_1 > R^*_{1(1)}, \rho_2 > R^*_{2(1)} \max\left(\frac{R^*_{1(1)}R^*_{2(2)}}{R^*_{1(2)}R^*_{2(1)}}, 1\right) + \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(1)}), R^*_{1(2)} > R^*_{1(1)}. \end{gathered} \tag{10}$$

$$\begin{gathered} F_{11}^{2}\,:\,\bar{R}_1 = R^*_{1(2)}, \bar{R}_2 = \rho_2 - \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(2)}), \bar{N}_1 = 0, \bar{N}_2 = d_1(\rho_1 - R^*_{1(2)})/(D_2 q_{12}); \\ \rho_1 > R^*_{1(2)}, \rho_2 > R^*_{2(2)} \max\left(\frac{R^*_{1(2)}R^*_{2(1)}}{R^*_{1(1)}R^*_{2(2)}}, 1\right) + \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(2)}), R^*_{1(1)} > R^*_{1(2)}. \end{gathered} \tag{11}$$

$$\begin{gathered} F_{22}^{1}\,:\,\bar{R}_1 = \rho_1 - \alpha_1^{-1}(\rho_2 - R^*_{2(1)}), \bar{R}_2 = R^*_{2(1)}, \bar{N}_1 = d_1(\rho_2 - R^*_{2(1)})/(\alpha_1 D_1 q_{11}), \bar{N}_2 = 0; \\ \rho_2 > R^*_{2(1)}, \rho_2 < R^*_{2(1)} + \alpha_1\left(\rho_1 - R^*_{1(1)} \max\left(\frac{R^*_{1(2)}R^*_{2(1)}}{R^*_{1(1)}R^*_{2(2)}}, 1\right)\right), R^*_{2(2)} > R^*_{2(1)}. \end{gathered} \tag{12}$$

$$\begin{gathered} F_{22}^{2}\,:\,\bar{R}_1 = \rho_1 - \alpha_2^{-1}(\rho_2 - R^*_{2(2)}), \bar{R}_2 = R^*_{2(2)}, \bar{N}_1 = 0, \bar{N}_2 = d_1(\rho_2 - R^*_{2(2)})/(\alpha_2 D_2 q_{12}); \\ \rho_2 > R^*_{2(2)}, \rho_2 < R^*_{2(2)} + \alpha_2\left(\rho_1 - R^*_{1(2)} \max\left(\frac{R^*_{1(1)}R^*_{2(2)}}{R^*_{1(2)}R^*_{2(1)}}, 1\right)\right), R^*_{2(1)} > R^*_{2(2)}. \end{gathered} \tag{13}$$

$$\begin{gathered} F_{12}^{1}\,:\,\bar{R}_1 = R^*_{1(1)}, \bar{R}_2 = \rho_2 - \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(1)}), \bar{N}_1 = d_1(\rho_1 - R^*_{1(1)})/(D_1 q_{11}), \bar{N}_2 = 0; \\ \rho_1 > R^*_{1(1)}, \rho_2 > R^*_{2(1)} + \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(1)}), \\ \rho_2 < R^*_{2(2)} \min(R^*_{1(1)}/R^*_{1(2)}, 1) + \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(1)}), \\ R^*_{2(1)} < R^*_{2(2)} \min(R^*_{1(1)}/R^*_{1(2)}, 1). \end{gathered} \tag{14}$$

$$\begin{gathered} F_{12}^{2}\,:\,\bar{R}_1 = \rho_1 - \alpha_2^{-1}(\rho_2 - R^*_{2(2)}), \bar{R}_2 = R^*_{2(2)}, \bar{N}_1 = 0, \bar{N}_2 = d_1(\rho_2 - R^*_{2(2)})/(\alpha_2 D_2 q_{12}); \\ \rho_2 > R^*_{2(2)}, \rho_2 < R^*_{2(2)} + \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(2)}), \\ \rho_2 > R^*_{2(2)} + \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(1)} \min(R^*_{2(2)}/R^*_{2(1)}, 1)), \\ R^*_{1(2)} < R^*_{1(1)} \min(R^*_{2(2)}/R^*_{2(1)}, 1). \end{gathered} \tag{15}$$

$$F_{21}^{1}: \bar{R}_1 = \rho_1 - \alpha_1^{-1}(\rho_2 - R^*_{2(1)}), \bar{R}_2 = R^*_{2(1)}, \bar{N}_1 = d_1(\rho_2 - R^*_{2(1)})/(\alpha_1 D_1 q_{11}), \bar{N}_2 = 0;$$
$$\rho_2 > R^*_{2(1)}, \rho_2 > R^*_{2(1)} + \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(2)} \min(R^*_{2(1)}/R^*_{2(2)}, 1)), \quad (16)$$
$$\rho_2 < R^*_{2(1)} + \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(1)}), R^*_{1(1)} < R^*_{1(2)} \min(R^*_{2(1)}/R^*_{2(2)}, 1).$$

$$F_{21}{}^{2}: \bar{R}_1 = R^*_{1(2)}, \bar{R}_2 = \rho_2 - \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(2)}), \bar{N}_1 = 0, \bar{N}_2 = d_1(\rho_1 - R^*_{1(2)})/(D_2 q_{12});$$
$$\rho_1 > R^*_{1(2)}, \rho_2 < R^*_{2(1)} \min(R^*_{1(2)}/R^*_{1(1)}, 1) + \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(2)}), \quad (17)$$
$$\rho_2 > R^*_{2(2)} + \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(2)}), R^*_{2(2)} < R^*_{2(1)} \min(R^*_{1(2)}/R^*_{1(1)}, 1).$$

$$F_{12}^{12}: \bar{R} = R^*_{1(1)}, \bar{R} = R^*_{2(2)}, \bar{N}_1 = \frac{d_1\big(\alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(1)}) - \rho_2 + R^*_{2(2)}\big)}{(\alpha_2 - \alpha_1)D_1 q_{11}},$$
$$\bar{N}_2 = \frac{d_1\big(\rho_2 - R^*_{2(2)} - \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(1)})\big)}{(\alpha_2 - \alpha_1)D_2 q_{12}}; \quad (18)$$
$$R^*_{1(1)} > R^*_{1(2)}, R^*_{2(2)} > R^*_{2(1)}, \rho_2 < R^*_{2(2)} + \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(1)}),$$
$$\rho_2 > R^*_{2(2)} + \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(1)}), \alpha_2 > \alpha_1.$$

$$F_{21}^{12}: \bar{R}_1 = R^*_{1(2)}, \bar{R}_2 = R^*_{2(1)}, \bar{N}_1 = \frac{d_1\big(\rho_2 - R^*_{2(1)} - \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(2)})\big)}{(\alpha_1 - \alpha_2)D_1 q_{11}},$$
$$\bar{N}_2 = \frac{d_1\big(\alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(2)}) - \rho_2 + R^*_{2(1)}\big)}{(\alpha_1 - \alpha_2)D_2 q_{12}}; \quad (19)$$
$$R^*_{1(2)} > R^*_{1(1)}, R^*_{2(1)} > R^*_{2(2)}, \rho_2 < R^*_{2(1)} + \alpha_1(\rho_1 - R^*_{1(2)}),$$
$$\rho_2 > R^*_{2(1)} + \alpha_2(\rho_1 - R^*_{1(2)}), \alpha_1 > \alpha_2.$$

Литература / References

1. Gort M., Klepper S. Time Paths in the Diffusion of Product Innovations. *The Economic Journal*, 1982, vol. 92, no. 367, pp. 630–653. DOI: 10.2307/2232554
2. Geroski P.A. Models of Technology Diffusion. *Research Policy*, 2000, vol. 29, no. 4, pp. 603–625. DOI: 10.1016/S0048-7333(99)00092-X
3. Meade N., Islam T. Modelling and Forecasting the Diffusion Of Innovation – A 25-Year Review. *International Journal of Forecasting*, 2006, vol. 22, no. 3, pp. 519–545. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2006.01.005
4. Lechman E. *ICT Diffusion in Developing Countries: Towards a New Concept of Technological Takeoff*. Cham, Springer, 2015, pp. 29–82. DOI: 10.1007/978-3-319-18254-4_3
5. Rogers E.M. *Diffusion of Innovations*. New York, Free Press, 2003.
6. Bass F.M. A New Product Growth for Model Consumer Durables. *Management Science*, 1969, vol. 15, no. 5, pp. 215–227. DOI: 10.1287/mnsc.15.5.215
7. Fourt L.A., Woodlock J.W. Early Prediction of Market Success for New Grocery Products. *Journal of Marketing*, 1960, vol. 25, no. 2, pp. 31–38. DOI: 10.1177/002224296002500206
8. Mansfield E. Technical Change and the Rate of Imitation. *Econometrica*, 1961, vol. 29, no. 4, pp. 741–766. DOI: 10.2307/1911817
9. Gause G.F. *The Struggle for Existence*. Mineola, Dover, 2003.
10. Bazykin A.D. *Nonlinear Dynamics of Interacting Populations*. Singapore, World Scientific, 1998, pp. 101–103.

11. Batten D. On the Dynamics of Industrial Evolution. *Regional Science and Urban Economics*, 1982, vol. 12, no. 3, pp. 449–462. DOI: 10.1016/0166-0462(82)90029-1
12. Ping Chen. *Economic Complexity and Equilibrium Illusion*. Routledge, London, 2010, pp. 53–82. DOI: 10.4324/9780203855058
13. Akhrem A.A., Makarov I.I., Rakhmankulov V.Z. *Matematicheskaya teoriya virtualizatsii protsessov proektirovaniya i transfera tekhnologiy* [Mathematical Theory of Virtualization of Design Processes and Technology Transfer]. Moscow, Fizmatlit, 2013, pp. 194–213. (in Russian)
14. Marasco A., Picucci A., Romano A. Market Share Dynamics Using Lotka–Volterra Models. *Technological Forecasting and Social Change*, 2016, vol. 105, pp. 49–62. DOI: 10.1016/j.techfore.2016.01.017
15. Zhang Guanglu, McAdams D.A., Shankar V., Darani M.M. Technology Evolution Prediction Using Lotka–Volterra Equations. *Journal of Mechanical Design*, 2018, vol. 140, no. 6, Article ID 061101. DOI: 10.1115/1.4039448
16. Odum E.P., Barrett G.W. *Fundamentals of Ecology*. Belmont, Thomson Brooks/Cole, 2005, pp. 283–284.
17. Bardeen M., Cerpa N. Editorial: Technological Evolution in Society – The Evolution of Mobile Devices. *Journal of Theoretical and Applied Electronic Commerce Research*, 2015, vol. 10, no. 1, pp. 1–7. DOI: 10.4067/s0718-18762015000100001
18. MacArthur R. Species Packing and Competitive Equilibrium for Many Species. *Theoretical Population Biology*, 1970, vol. 1, no. 1, pp. 1–11. DOI: 10.1016/0040-5809(70)90039-0
19. Stewart F.M., Levin B.R. Partitioning of Resources and the Outcome of Interspecific Competition: A Model and Some General Considerations. *The American Naturalist*, 1973, vol. 107, no. 954, pp. 171–198. DOI: 10.1086/282825
20. Tilman D. *Resource Competition and Community Structure*. Princeton, Princeton University Press, 1982.
21. Abrosov N.S., Bogomolov A.G. *Ekologo-geneticheskie zakonomernosti sosushchestvovaniya i koevolyutsii vidov* [Ecological and Genetic Patterns of Coexistence and Coevolution of Species]. Novosibirsk, Nauka, 1988. (in Russian)
22. Alekseev V.V., Kryshev I.I., Sazykina T.G. *Fiziko-matematicheskoe modelirovanie ekosistem* [Physical and Mathematical Modeling of Ecosystems]. St. Petersburg, Gidrometeoizdat, 1992, pp. 34–109. (in Russian)
23. Grover J.P. *Resource Competition*. New York, Chapman & Hall, 1997.
24. Goodwin R.M. *Essays in Economic Dynamics*. London, Palgrave Macmillan, 1982, pp. 165–170. DOI: 10.1007/978-1-349-05504-3_12
25. Dejuán O., Dejuán-Bitriá D. A Predator-Prey Model to Explain Cycles in Credit-Led Economies. *Review of Keynesian Economics*, 2018, vol. 6, no. 2, pp. 159–179. DOI: 10.4337/roke.2018.02.01
26. Romanov V.P., Akhmadeev B.A. Innovation Ecosystem Modelling Based on "Predator-Prey" Model. *Business Informatics*, 2015, no. 1 (31), pp. 7–17. (in Russian)
27. Schumpeter J.A. *Business Cycles: A Theoretical, Historical and Statistical Analysis of the Capitalist Process*, Philadelphia, Porcupine Press, 1982.
28. Armstrong R.A., McGehee R. Competitive Exclusion. *The American Naturalist*, 1980, vol. 115, no. 2, pp. 151–170. DOI: 10.1086/283553
29. Hodgson G. M. Economics and Evolution. Ann Arbor, University of Michigan Press, 1993, pp. 205–207. DOI: 10.3998/mpub.14010

30. Hess M.C.M., Mesléard F., Buisson E. Priority Effects: Emerging Principles for Invasive Plant Species Management. *Ecological Engineering*, 2019, vol. 127, pp. 48–57. DOI: 10.1016/j.ecoleng.2018.11.011

31. Huber J.C. Invention and Inventivity is a Random, Poisson Process: A Potential Guide to Analysis of General Creativity. *Creativity Research Journal*, 1998, vol. 11, no. 3, pp. 231–241. DOI: 10.1207/s15326934crj1103_3

32. Quastler H. *The Emergence of Biological Organization.* New Haven, Yale University Press, 1964.

Алмаз Мустафин, профессор, доктор технических наук, кафедра «Общая физика», Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева (г. Алматы, Казахстан), a.mustafin@satbayev.university.

Алия Кантарбаева, профессор, доктор экономических наук, кафедра «Менеджмент», Казахский национальный университет им. аль-Фараби (г. Алматы, Казахстан), kantarbayeva.aliya@kaznu.kz.

Поступила в редакцию 30 августа 2021 г.

MSC 91B55, 91B62, 92D25 **DOI: 10.14529/mmp220203**

A MODEL FOR COMPETITION OF TECHNOLOGIES FOR LIMITING RESOURCES

***A. Mustafin*[1], *A. Kantarbayeva*[2]**
[1]Satbayev University, Almaty, Kazakhstan
[2]al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
E-mail: a.mustafin@satbayev.university, kantarbayeva.aliya@kaznu.kz

A mathematical model for the development of technologies competing for common productive resources is proposed and analyzed. The model is based on the principles of evolutionary economics and is given by a "consumer-resource" system of equations. Consumers are homogeneous populations of firms employing the same technology. The output of firms is characterized by the production function with complementary factors. A technology can increase owing to the entry of new firms at a specific rate proportional to the output, and decrease due to ruin of a firm. Resources consumed enter the industry from the outside; unused resources leave the industry. The lower the minimum demand of a technology for a given resource, the higher its competitiveness with respect to this resource. We obtain the conditions for the coexistence of technologies, according to which each competitor should surpass the others in the efficiency of using one resource and be inferior to them in the efficiency of using other resources. We show the existence of two fundamentally different mechanisms of natural selection of the dominant technology, namely, by selection value and by the initial conditions. We investigate the potential possibility of regulating the technological diversity of the industry by managing the rates of resource supply.

Keywords: diffusion of innovations; population-based model; consumer-resource; evolutionary economics; technocenosis.

Received August 30, 2021