

ПОСТРОЕНИЕ РАСПИСАНИЙ ВЫПОЛНЕНИЯ ПАКЕТОВ ЗАДАНИЙ В МНОГОСТАДИЙНЫХ СИСТЕМАХ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ КОМПЛЕКТОВ РЕЗУЛЬТАТОВ И ОГРАНИЧЕНИЯХ

К.В. Кротов¹, А.В. Скотков¹

¹Севастопольский государственный университет, г. Севастополь, Российская Федерация

Задача планирования выполнения пакетов заданий в многостадийных системах при наличии ограничения на длительность интервалов времени ее функционирования является комплексной. Ее решение предполагает (с учетом требования формирования комплектов из результатов) определение составов пакетов, составов групп пакетов, выполняемых в течение временных интервалов заданной длительности, расписаний выполнения пакетов на приборах многостадийной системы. Для определения комплексных решений применен аппарат теории иерархических игр. Реализуется построение модели иерархической игры для принятия решений по составам пакетов, групп пакетов и расписаниям выполнения пакетов. В модели учтено требование формирования комплектов из результатов выполнения пакетов заданий. Задача определения составов групп пакетов является NP-трудной, поэтому для ее решения требуется применение приближенных методов оптимизации. Формулируются метод построения начального решения по составам групп пакетов и метод распределения результатов выполнения пакетов заданий по комплектам. Сформулирован способ построения новых решений по составам групп пакетов заданий. Введены условия, позволяющие определять исключаемые из групп пакеты на основе количества результатов выполнения заданий каждого типа, не включаемых в комплекты. Предложен метод локальной оптимизации решений по составам групп пакетов.

Ключевые слова: пакеты заданий; многостадийная система; комплекты результатов; ограничение на длительность интервалов времени функционирования системы.

Введение

В производственных и вычислительных системах конвейерного типа (в многостадийных системах (МС)) возникают задачи планирования выполнения пакетов заданий (ПЗ). Для их решения используется иерархический подход [1]. Под заданием подразумевается работа, выполняемая на приборах с материалами либо данными, после которой будут сформированы результаты. При планировании заданными являются наборы однотипных заданий (однотипными являются задания, длительности выполнения которых на приборах МС одинаковы, длительности переналадок приборов на выполнение этих заданий также одинаковы). При значительных неоднородностях длительностей выполнения заданий и неоднородностях длительностей переналадок приборов действия с ними в МС реализуются в составе пакетов. Пакетом является набор однотипных заданий, выполняемых на приборах МС без их переналадки на выполнение заданий других типов. Количество заданий в пакетах определяется с учетом временных характеристик процесса их выполнения в МС. Если составы пакетов не оптимизируются и в пакеты входят все задания из их наборов, то такие пакеты

называются фиксированными. Оптимизация составов пакетов, осуществляемая с учетом временных параметров выполнения заданий, позволяет повысить эффективность планирования реализации действий с ними на приборах МС.

Решение задачи планирования выполнения ПЗ в МС предполагает определение их составов и расписаний реализации действий с ними на приборах МС [1]. Развитием задачи [1] является задача планирования выполнения ПЗ в МС при формировании комплектов результатов (КР) [2]. Под комплектом подразумевается набор заданного состава результатов выполнения в МС заданий разных типов. Также развитием иерархического подхода к планированию является задача построения комплексных расписаний выполнения ПЗ в МС при ограничении на длительности интервалов времени функционирования системы [3]. Планирование выполнения ПЗ в МС при ограничении на длительности интервалов времени ее функционирования предполагает определение решений по [3]: составам пакетов, составам групп пакетов, выполняемых в течение интервалов времени заданной длительности, расписаний реализации действий с пакетами, входящими в группы, на приборах МС. Развитием иерархического подхода к планированию выполнения ПЗ [1–3] является задача построения комплексных расписаний реализации действий с пакетами в МС при ограничении на интервалы времени функционирования системы и формировании КР. Несмотря на то, что являются разработанными методы определения составов ПЗ [1], распределения результатов выполнения ПЗ по комплектам [2], определения составов групп ПЗ [3], они могут быть применены при решении указанной задачи. В силу того, что задача комплексного планирования выполнения ПЗ в МС является *NP*-трудной ([3]), ее решение может быть найдено с использованием приближенных методов оптимизации.

Цель работы состоит в совершенствовании методов планирования выполнения ПЗ в МС при ограничениях и формировании КР. Для достижения цели решаются задачи: обоснования применения иерархического подхода при планировании выполнения ПЗ в МС с учетом введенных условий; построения модели иерархической игры планирования выполнения ПЗ в МС; построения алгоритма распределения результатов выполнения ПЗ, входящих в группы, по комплектам; построения метода оптимизации составов групп ПЗ.

1. Анализ существующих методов построения комплексных расписаний выполнения пакетов заданий в многостадийных системах

В работах отечественных авторов [4–8] исследуются методы построения расписаний выполнения единичных заданий. При этом рассматриваются различные виды систем обработки (с одинаковыми, различными и нефиксированными маршрутами выполнения заданий), учитываются упрощающие условия (ограниченное количество приборов, одинаковые порядки выполнения заданий в системах, упорядочивание значений длительностей выполнения заданий). Задачи оптимизации составов ПЗ в [4–8] не решаются.

Методы планирования выполнения ПЗ в обрабатывающих системах различного вида (где каждое задание, входящее в пакет, представляет собой отдельную работу, выполняемую с материалами или данными) рассмотрены в [9–19]. Использование целочисленного линейного программирования (ЦЧЛП) для планирования обработ-

ки ПЗ на параллельных приборах рассмотрено в [9]. Путем решения задачи ЦЧЛП (определения значений целочисленных и бинарных переменных) формируется комплексное решение, включающее составы ПЗ и расписания их выполнения на приборах МС. Так как для решения задач применено ЦЧЛП, то их размерность является ограниченной. В [10] рассматривается метод планирования выполнения ПЗ на параллельных приборах на основе локального поиска совместно с методом муравьиной колонии (МК) при использовании эвристических правил. Для включения задания в пакет вычисляется значение параметра, в котором учтены длительности выполнения задания и соответствующего пакета. Задания сортируются по не убыванию значений этого параметра, и определенное их количество включается в пакеты. Использование алгоритма МК для планирования выполнения ПЗ на параллельных приборах рассматривается в [11]. Алгоритм объединяет в пакеты задания, имеющие близкие длительности выполнения. В силу стохастического характера алгоритма он не гарантирует получения решений, приближающихся к оптимальным, при разных значениях входных параметров задачи. В [12,13] решается задача планирования выполнения ПЗ на параллельных приборах при указании директивных сроков окончания заданий. В состав пакетов включаются задания, у которых близкими являются директивные сроки их выполнения. В работе [14] рассматривается решение задачи определения составов ПЗ и очередности их выполнения на параллельных приборах с использованием эвристических правил. При формировании пакетов для каждого задания вычисляется значение параметра, учитывающего его вес, длительность выполнения, среднюю длительность выполнения заданий, не распределенных по пакетам и т.д. В соответствии со значениями параметра формируется порядок заданий, количество заданий, соответствующее размеру пакета, закрепляется за прибором.

Применению эвристических правил при определении составов ПЗ, выполняемых на параллельных приборах, посвящена работа [15]. В соответствии с правилами в пакет включаются задания с близкими значениями длительностей их выполнения. Использование различных эвристических правил при формировании чередующихся окрестностей текущего локально оптимального решения по составам ПЗ рассмотрено в [16]. В формируемых окрестностях реализуется определение нового локально оптимального решения по составам ПЗ и расписаниям их выполнения. Рассмотренный способ реализует не направленный поиск локально оптимальных решений, а стохастический поиск, что не гарантирует получения результатов при разных значениях входных параметров. Работы [17,18] также посвящены рассмотрению эвристических правил формирования ПЗ. В [17] правило предусматривает включение в пакет заданий, длительности выполнения которых связаны с длительностью выполнения первого задания в этом пакете определенным образом. В [18] правила предусматривают формирование различных множеств отклоняемых заданий и для каждого множества не отклоненных заданий формирование пакетов.

Анализ существующих способов комплексного планирования выполнения ПЗ в МС показал, что отсутствуют методы, позволяющие определять составы ПЗ без ограничения на размерность решаемой задачи для обрабатываемых систем любого вида. Ни один из рассмотренных методов не решает задачу определения составов ПЗ в МС при учете ограничения на интервалы времени ее функционирования и формирования КР.

2. Математическая модель иерархической игры для комплексного планирования выполнения ПЗ в МС при ограничении на ресурсы и условия формирования КР

Для решения задачи планирования выполнения ПЗ в МС при ограничении на интервалы времени ее функционирования и условия формирования КР реализована декомпозиция обобщенной функции системы построения расписаний на совокупность подфункций. Каждая из них реализуется с использованием соответствующей подсистемы. Функционирование этих подсистем предполагает оптимизацию решений по: составам ПЗ, выполняемых в МС (первый уровень); составам групп ПЗ, выполняемых в течение временных интервалов заданной длительности (второй уровень); порядкам выполнения ПЗ из групп на приборах МС (третий уровень). При этом в системе реализуется заданный порядок ходов. В связи с этим для оптимизации решений на уровнях в иерархической системе построения расписаний применена теория иерархических игр. В этом случае игрок первого уровня реализует формирование решений по составам ПЗ, игрок второго уровня – по составам групп ПЗ, игрок третьего уровня – по расписаниям выполнения ПЗ из групп в МС. Порядок взаимодействия игроков в иерархической игре следующий: 1) первый ход делает первый игрок, определяя составы ПЗ, и передает решение на второй уровень; 2) второй ход делает второй игрок, определяя для полученных составов ПЗ решение по составам их групп, и передает это решение на третий уровень; 3) третий ход делает третий игрок, формируя оптимальное расписание выполнения ПЗ, входящих в группы, в МС, и передает его на второй уровень для оценки на его основе степени оптимальности решения по составам групп; 4) для решения по составам ПЗ второй игрок определяет локально оптимальное решение по распределению этих пакетов по группам, после чего это решение передается первому игроку для анализа степени оптимальности его решения; 5) игрок первого уровня формирует новое решение, передает его игроку второго уровня; оптимизация решений по составам ПЗ на первом уровне реализуется с учетом решений по составам групп. Игрок с нижестоящего уровня принимает решения, которые являются благоприятствующими для игрока вышестоящего уровня, т.е. реализуется не антагонистическая иерархическая игра.

В модели процесса выполнения ПЗ в МС при ограничении на длительности интервалов времени ее функционирования использованы обозначения [1]: m_i – количество ПЗ i -го типа ($i = \overline{1, n}$), формируемых на первом уровне, элементы m_i образуют вектор M ; A – матрица, элемент a_{ih} которой – это количество заданий i -го типа в h -ом ПЗ ($h = \overline{1, m_i}$). Решение по составам ПЗ имеет вид: $[M, A]$. Задача предполагает задание длительностей интервалов времени функционирования МС t^z ($z = \overline{1, Z}$). Решение по составам групп ПЗ, представляется множеством $\{N^z | z = \overline{1, Z}\}$ кортежей вида [3]: $N^z = \{[i, m_i^z, (A)_i^z]_k, |k = \overline{1, k_z}\}^z$, где m_i^z – количество ПЗ i -го типа, включенных в группу N^z , $(A)_i^z$ – вектор, h -ый элемент которого соответствует составу ПЗ i -го типа. Для ПЗ, не включенных в группы, введено множество Q кортежей вида: $Q = \{[i, m_i^q, (A)_i^q]_k, |k = \overline{1, k_q}\}$, где m_i^q – количество ПЗ i -го типа, $(A)_i^q$ – вектор составов пакетов i -го типа. Решение по составам групп ПЗ имеет вид: $\{N^z | (z = \overline{1, Z})\}$ (где $N^z = \{[i, m_i^z, (A)_i^z]_k, |k = \overline{1, k_z}\}^z$) и $Q = \{[i, m_i^q, (A)_i^q]_k, |k = \overline{1, k_q}\}$.

Расписание выполнения ПЗ групп N^z в МС формируется в предположении, что порядок реализации действий с ними является одинаковым на всех приборах МС. С

целью определения расписания выполнения ПЗ введены [3]: P^z – матрица порядка выполнения заданий, пакеты которых включены в группу N^z , на приборах системы, R^z – матрица количества заданий i -ых типов в ПЗ, занимающих в последовательностях j -е позиции; $(T^{0l})^z$ – матрицы моментов времени $(t_{jq}^{0l})^z$ начала выполнения q -ых заданий в пакетах, занимающих j -е позиции в последовательностях реализации действий с ними на приборах МС ($z = \overline{1, Z}, l = \overline{1, L}$). Также в рассмотрение введены параметры, характеризующие процесс выполнения ПЗ в МС [3]: $(t_{ii})^z$ – длительности выполнения заданий i -ых типов на l -ых приборах МС, пакеты которых включены в группы N^z ($i = \overline{1, n}, l = \overline{1, L}, z = \overline{1, Z}$); $(t_{ii}^l)^z$ – длительности переналадок l -ых приборов с выполнения заданий i -ых типов на выполнение заданий i -ых типов, пакеты которых включены в группы N^z ($l = \overline{1, L}, z = \overline{1, Z}$), n_p^z – количество пакетов в группе N^z . Расписание выполнения ПЗ из групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) имеет вид: $\{[P^z, R^z, \{(T^{0l})^z | (l = \overline{1, L})\} | z = \overline{1, Z}]\}$.

Согласно обозначениями [3] $(t_{n_p^z, n_p^z}^{0L})^z$ соответствует моменту времени начала выполнения последнего n_p^z -го задания в n_p^z -м пакете из группы N^z на L -ом приборе. С использованием выражения [3] $(t_{n_p^z, n_p^z}^{0L})^z + \sum_{i=1}^{k_z} (t_{Li})^z \cdot p_{i, n_p^z}^z$ (где $\sum_{i=1}^{k_z} (t_{Li})^z \cdot p_{i, n_p^z}^z$ определяет длительность выполнения последнего задания в n_p^z -м пакете на L -м приборе) реализуется вычисление момента времени окончания выполнения ПЗ, включенных в группу N^z .

С целью построения модели иерархической игры оптимизации решений по составам ПЗ, групп ПЗ и расписаниям выполнения ПЗ (при формировании КР) введены обозначения: g – идентификатор типа комплекта, который формируется из результатов выполнения ПЗ в МС ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$), w_{ig} – количество результатов выполнения заданий i -го типа, которые включаются в один комплект g -го типа, $n_g^{\text{КОМ}}$ – количество комплектов g -го типа ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$), которые требуется сформировать из результатов выполнения ПЗ, n_g ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$) – количество комплектов g -го типа, которые будут сформированы из результатов выполнения ПЗ, включенных в группы N^z , N_g – вектор количества сформированных комплектов g -х типов. Параметры $g^{\text{КОМ}}$, w_{ig} , $n_g^{\text{КОМ}}$ являются входными данными для задачи планирования, вектор N_g – результат решения задачи. Он включен в состав решения на втором уровне: $\{N^z | (z = \overline{1, Z})\}, Q, N_g$.

Результаты выполнения заданий всех n типов входят в определенном количестве в комплекты каждого типа. В рассмотрение введены множества и параметры, позволяющие реализовать распределение результатов выполнения ПЗ в МС по комплектам: $K_y^{\text{КОМ}}$, $K_y^{\text{КОМ}'}$ – множества идентификаторов типов комплектов, упорядоченные в соответствии с рассматриваемым в [2] способом (по сложности составов комплектов); p – позиция типа g комплекта, на которой он размещается в множествах $K_y^{\text{КОМ}}$ и $K_y^{\text{КОМ}'}$; g_p – идентификатор типа комплекта, занимающий в множестве $K_y^{\text{КОМ}}$ p -ю позицию ($p = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$).

Комплекты формируются из результатов выполнения ПЗ, включенных в группы. Количество выполненных в течение интервалов t^z заданий зависит от составов ПЗ; составы групп ПЗ и количество сформированных КР является зависящими от составов пакетов. Построение решений по составам ПЗ, распределение ПЗ по группам, построение расписаний выполнения ПЗ из групп должно обеспечить формирование максимального количества КР. Количество сформированных КР определяется выражением $\sum_{g=1}^{g^{\text{КОМ}}} n_g$, которое является критерием оптимальности решений $[M, A]$.

Выполнение ПЗ в течение интервалов t^z должно обеспечивать наиболее полное использование ресурса времени МС. Решения по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) должны обеспечивать минимальное количество выполненных заданий, результаты которых не будут включены в комплекты. Тогда на втором уровне наряду с определением решений по составам групп ПЗ требуется выполнить формирование КР (вектора N_g).

Через $[(a_h)^z]_k$ обозначен h -ый элемент вектора $(A)_i^z$, входящего в k -ый кортеж $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z$, соответствующего составам ПЗ i -го типа, включенным в группу N^z . Количество заданий i -го типа в пакетах, включенных в группу N^z , определяется выражением $\sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)^z]_k$, количество заданий разных типов в этой группе – выражением $\sum_{k=1}^{k_z} \sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)^z]_k$. Количество заданий, которые выполнены в составе пакетов, включенных в группы N^z , определяется выражением $\sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{k_z} \sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)^z]_k$. Выражение $\sum_{g=1}^{g^{\text{КОМ}}} \sum_{i=1}^n n_g \cdot w_{ig}$ определяет общее количество выполненных в группах N^z заданий, результаты которых включаются в комплекты. Количество заданий, которые включены в пакеты в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$), но их результаты не используются при формировании комплектов, определено выражением $\sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{k_z} \sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)^z]_k - \sum_{g=1}^{g^{\text{КОМ}}} \sum_{i=1}^n n_g \cdot w_{ig}$. Оптимизация расписаний выполнения ПЗ, входящих в группы, в МС, осуществляется с использованием критерия, аналогичного полученному в [3]. Модель иерархической игры для оптимизации решений по составам ПЗ, групп ПЗ и расписаний выполнения ПЗ имеет вид:

1) первый уровень:

$$\max f_1([M, A], N_g), \tag{1}$$

где $f_1 = \sum_{g=1}^{g^{\text{КОМ}}} n_g$;

2) второй уровень:

$$\min f_2([M, A], \{N^z | (z = \overline{1, Z})\}, Q, N_g), \tag{2}$$

где $f_2 = \sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{k_z} \sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)^z]_k - \sum_{g=1}^{g^{\text{КОМ}}} \sum_{i=1}^n n_g \cdot w_{ig}$;

3) третий уровень [3]:

$$\min f_3^z(N^z, \{P^z, R^z, \{(T^{0l})^z | (l = \overline{1, L})\}\}) \text{ (при } z = \overline{1, Z}), \tag{3}$$

где $f_3^z = \sum_{l=2}^L [t_{11}^{0l}]^z + \sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^{n_p^z} \left[[t_{j1}^{0l}]^z - [t_{j-1, n_{j-1}}^{0l}]^z + \sum_{h=1}^{k_z} [t_{lh}]^z \cdot p_{h, j-1}^z \right] + \sum_{l=2}^L \sum_{j=1}^{n_p^z} \sum_{q=2}^{n_j^z} \left[[t_{jq}^{0l}]^z - [t_{j, q-1}^{0l}]^z + \sum_{h=1}^{k_z} [t_{lh}]^z \cdot p_{hj}^z \right]$;

4) ограничение на длительность выполнения ПЗ в МС [3]:

$$\left[(t_{n_p^z, n_{n_p^z}}^{0L})^z + \sum_{i=1}^{k_z} (t_{Li})^z \cdot p_{i, n_p^z}^z \right] \leq t^z \tag{4}$$

при $z = \overline{1, Z}$.

Решение по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$), полученное на втором уровне, требуется проинтерпретировать с точки зрения формирования комплектов g -ых типов ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$). Для этого используются значения количества результатов выполнения заданий i -ых типов в пакетах, распределенных по группам N^z ($z = \overline{1, Z}$), обозначенные как a_i^z ($i = \overline{1, n}$), определяемые следующим образом: $a_i^z = \sum_{z=1}^Z \sum_{h=1}^{m_i^z} (a_h)^z$. Также при распределении результатов по комплектам используются: множества $K_y^{\text{КОМ}}$ и $K_y^{\text{КОМ}'}$ типов комплектов и параметр st_g – количество сформированных компонент в комплекте g -го типа. Перед реализацией алгоритма выполняется инициализация значений его входных параметров: $K_y^{\text{КОМ}'} = K_y^{\text{КОМ}}$, $n_g = 0$ ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$),

$a_i^z = \sum_{z=1}^Z \sum_{h=1}^{m_i^z} (a_h)_i^z$ ($i = \overline{1, n}$). Входным данными является решение по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$), а выходными – вектор N_g .

Алгоритм распределения результатов выполнения заданий в пакетах, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$), по комплектам g -х типов имеет следующий порядок шагов:

1. Если $K_y^{\text{КОМ}'} \neq \emptyset$, то извлечь идентификатор типа комплекта (в p -ой позиции в множестве $K_y^{\text{КОМ}'}$): $g' = \min_p \{g_p \mid g_p \in K_y^{\text{КОМ}'}\}$, $K_y^{\text{КОМ}'} = K_y^{\text{КОМ}'} \setminus \{g'\}$, положить $st_{g'} = 0$. Если $K_y^{\text{КОМ}'} = \emptyset$, то перейти на пункт 6.
2. Если $I_2^z \neq \emptyset$, то извлечь идентификатор типа результатов, распределяемых в комплект g' -го типа: $i' = \min \{i \mid i \in I_2^z\}$, $I_2^z = I_2^z \setminus \{i'\}$. Если $I_2^z = \emptyset$, то перейти на пункт 5.
3. Если $a_{i'}^z \geq w_{i'g'}$, то $st_{g'} = st_{g'} + 1$. Если $I_2^z \neq \emptyset$, то перейти на пункт 2. Если $I_2^z = \emptyset$, то переход на пункт 4. Если $a_{i'}^z < w_{i'g'}$, то $K_y^{\text{КОМ}} = K_y^{\text{КОМ}} \setminus \{g'\}$. Переход на пункт 5.
4. Модифицировать значение счетчика количества комплектов g' -го типа: $n_{g'} = n_{g'} + 1$. Если $n_{g'} = n_{g'}^{\text{КОМ}}$, то $K_y^{\text{КОМ}} = K_y^{\text{КОМ}} \setminus \{g'\}$. Модифицировать значения параметров a_i^z ($i = \overline{1, n}$) для n типов результатов: $a_i^z = a_i^z - w_{ig'}$ ($i = \overline{1, n}$). Положить $I_2^z = I_1^z$. Перейти на пункт 1.
5. Положить $I_2^z = I_1^z$, перейти на пункт 1.
6. Если $K_y^{\text{КОМ}} \neq \emptyset$, то $K_y^{\text{КОМ}'} = K_y^{\text{КОМ}}$, $I_2^z = I_1^z$. Перейти на пункт 1. Если $K_y^{\text{КОМ}} = \emptyset$, то перейти на пункт 7.
7. Останов алгоритма.

При реализации алгоритма определяются компоненты вектора N_g , а также значения $a_i^z \geq 0$ ($i = \overline{1, n}$), соответствующие количеству результатов каждого типа, не включенных в составы комплектов.

Решения по составам ПЗ формируются с использованием метода, рассмотренного в [1], расписания выполнения ПЗ в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$) формируются с использованием метода, рассмотренного в [3]. Необходимо построение метода оптимизации составов групп ПЗ, выполняемых в течение интервалов t^z , учитывающего условие формирования КР.

3. Метод локальной оптимизации составов групп ПЗ при формировании КР

В [3] рассмотрен метод формирования начального решения по составам групп ПЗ, выполняемых в течение временных интервалов t^z ($z = \overline{1, Z}$). По причине введения условия формирования КР, получаемых при выполнении ПЗ в течение интервалов t^z ($z = \overline{1, Z}$), этот метод модифицирован для решения рассматриваемой задачи. Модификация предусматривает последовательное добавление в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$) по одному ПЗ каждого типа до тех пор, пока выполняется ограничение (4). Если ПЗ не могут быть размещены в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$), то они размещаются в множестве Q .

Оптимизация составов групп ПЗ предполагает определение для каждого ПЗ i -го типа, включенного в группу N^z , значения отклонения количества заданий $(a_h)_i^z$ ($h = \overline{1, m_i^z}$) в нем от значения a_i^z , полученного после распределения результатов по комплектам ($(a_h)_i^z \geq a_i^z$, $a_i^z > 0$). Среди всех ПЗ i -го типа в группе N^z выбирается пакет, отклонение количества $(a_h)_i^z$ заданий в котором от значения a_i^z минимально. Для этого отклонения введено обозначение mh_i^z : $mh_i^z = \min_{1 \leq h \leq m_i^z} ((a_h)_i^z - a_i^z)$ ($((a_h)_i^z - a_i^z) \geq 0$, $a_i^z > 0$).

Для обоснования алгоритма оптимизации групп ПЗ выполнены следующие рассуждения:

- после распределения результатов выполнения заданий по КР получены значения n_g ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$) и значения $a_i^z \geq 0$ ($i = \overline{1, n}$);
- для каждого i -го типа заданий, пакеты которых включены в группу N^z , реализуется проверка условия $a_i^z > 0$; в случае его выполнения в группе N^z выбирается h_i^z -ый ПЗ этого типа, для которого отклонение количества заданий в нем от значения $a_i^z > 0$ минимально (равно mh_i^z при $((a_h)_i^z - a_i^z) \geq 0$ и $a_i^z > 0$);
- h_i^z -ый ПЗ i -го типа исключается из группы N^z , вместо него в нее добавляются пакеты разных типов, не включенные в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$) (из Q); среди добавляемых пакетов выбирается тот, включение которого в N^z обеспечивает получение решения, характеризуемого уменьшением значения критерия $f_2(\cdot)$ в максимальной степени;
- действия, связанные с исключением пакетов из группы N^z и добавлением в нее пакетов из множества Q , повторяются для всех i -х типов заданий (при $a_i^z > 0$); для группы N^z фиксируются параметры исключаемого и добавляемого в нее ПЗ, действия с которыми формируют решение, характеризуемое максимальным уменьшением критерия $f_2(\cdot)$;
- действия, связанные с исключением ПЗ i -х типов (при $a_i^z > 0$) и добавлением ПЗ из множества Q , повторяются для каждой группы N^z ($z = \overline{1, Z}$); среди решений по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) в качестве локально оптимального фиксируется решение, которое характеризуется уменьшением значения критерия $f_2(\cdot)$ в максимальной степени.

Для алгоритма оптимизации составов групп ПЗ в рассмотрение дополнительно введены обозначения: 1) i' – рассматриваемый тип заданий; 2) z' – идентификатор рассматриваемой группы ПЗ; 3) I_1^q, I_2^q – множества типов заданий, пакеты которых входят в множестве Q ; 4) $N_{1T}^{z'}$ – промежуточное решение по составу группы $N^{z'}$, формируемое путем исключения из нее $h_{i'}^{z'}$ -го пакета i' -го типа, характеризуемого значением $mh_{i'}^{z'}$; 5) $N_{2T}^{z'}$ – решение по составу группы $N^{z'}$, формируемое путем добавления в решение $N_{1T}^{z'}$ ПЗ различных типов из множества Q ; 6) h_{iq} – номер ПЗ i -го типа, который включен в состав множества Q ; 7) H_{iq}, H_{iq}^T – множества номеров h_{iq} пакетов i -х типов, которые включены в множество Q ; 8) $(\nabla^- f_2)^z$ ($z = \overline{1, Z}$) – значение левого дискретного градиента критерия $f_2(\cdot)$, характеризующее лучшее решение по составу группы $N^{z'}$; 9) $(\nabla^- f_2)_G$ – значение левого дискретного градиента критерия $f_2(\cdot)$, характеризующее лучшее решение среди всех групп N^z ($z = \overline{1, Z}$); 10) i^z, a^z ($z = \overline{1, Z}$) – переменные для хранения типа заданий и количества заданий в пакете, исключение которого из группы N^z позволяет получить решение, являющееся лучшим среди всех решений по ее составу; 11) i^{qz}, a^{qz} – переменные для хранения типа заданий и количества заданий в пакете, добавление которого в группу N^z из множества Q позволяет получить лучшее решение; 12) $i_G^z, a_G^z, i_G^q, a_G^q$ – переменные для хранения типов заданий и количества заданий в пакете, исключаемом из группы N^z , и пакете, добавляемом в N^z из Q , обмен которыми гарантирует лучшее решение среди всех решений по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$); 13) p^z – флаг, единичное значение которого указывает на наличие в окрестности локально оптимального решения лучшего решения, 14) $z1$ – переменная, предназначенная для хранения номера группы N^z , обмен ПЗ между которой и множеством Q гарантирует лучшее решение; 15) ε – точность.

Значение левого дискретного градиента $(\nabla^- f_2)$ критерия $f_2(\cdot)$ определяется выражением $(\nabla^- f_2) = (f_2(\cdot, s + g) - f_2(\cdot, s)) < 0$, где s – индекс шага алгоритма, на котором получено текущее локально оптимальное решение, $(s + g)$ – индекс шага алгоритма, выполненного для поиска лучшего решения в окрестности. Значение правого дискретного градиента $(\nabla^+ f_2)$ определяется следующим образом: $(\nabla^+ f_2) = (f_2(\cdot, s + g) - f_2(\cdot, s)) \geq 0$.

В качестве входных данных для алгоритма оптимизации используется начальное решение по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) и множества Q . Инициализация входных параметров алгоритма выполняется следующим образом: 1) $I_1^z = \{i_1^z, i_2^z, \dots, i_{k_z}^z\}$ при $i_i^z = i$, где i такой, что $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z$ ($k = \overline{1, k_z}$); $I_2^z = I_1^z$; 2) $I_1^q = \{i_1^q, i_2^q, \dots, i_{k_q}^q\}$ при $i_i^q = i$, где i такой, что $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ ($k = \overline{1, k_q}$); 3) для кортежей $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ ($k = \overline{1, k_q}$) задать значения элементов h_{iq} множеств H_{iq} : $H_{iq} = \{1, 2, \dots, m_i^q\}$; $H_{iq}^T = H_{iq}$; 4) $(\nabla^- f_2)^z = 0$ ($z = \overline{1, Z}$); $(\nabla^- f_2)_G = 0$; 5) задать значение ε . Последовательность шагов алгоритма оптимизации составов групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) следующая:

1. Задать номер z' группы $N^{z'}$: $z' = 1$. Инициализировать $N_{1T}^{z'}$: $N_{1T}^{z'} = N^{z'}$.
2. Если $I_2^{z'} \neq \emptyset$, то извлечь из $I_2^{z'}$ тип задания i' : $i' = \min\{i \mid i \in I_2^{z'}\}$; $I_2^z = I_2^z \setminus \{i'\}$. Положить $p^{z'} = 0$. Перейти на пункт 3. Если $I_2^{z'} = \emptyset$, то перейти на пункт 11.
3. Для i' -го типа заданий в множестве $N^{z'}$ определить кортеж $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]_k$ такой, что $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]_k \in N^{z'}$. Если $a_{i'}^{z'} > 0$, то в векторе $(A)_{i'}^{z'}$ кортежа $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]_k \in N^{z'}$ определить идентификатор h элемента $(a_h)_{i'}^{z'}$, для которого $mh_i^z = \min_{1 \leq h \leq m_{i'}^{z'}} ((a_h)_{i'}^{z'} - a_{i'}^{z'})$ (при $((a_h)_{i'}^{z'} - a_{i'}^{z'}) \geq 0$). Задать $h_{i'}^{z'} = h$. Перейти на пункт 4. Если элементы $(a_h)_{i'}^{z'}$ вектора $(A)_{i'}^{z'}$ такие, что $((a_h)_{i'}^{z'} - a_{i'}^{z'}) < 0$, то перейти на пункт 2. Если $a_{i'}^{z'} = 0$, то перейти на пункт 2.
4. Сформировать промежуточное решение $N_{1T}^{z'}$ путем исключения $h_{i'}^{z'}$ -го элемента $(a_{h_{i'}^{z'}})_{i'}^{z'}$ из вектора $(A)_{i'}^{z'}$ в кортеже $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]_k \in N_{1T}^{z'}$: $(a_{h_{i'}^{z'}})_{i'}^{z'} = (a_{h+1})_{i'}^{z'}$ при $h = \overline{h_{i'}^{z'}, m_{i'}^{z'} - 1}$; $m_{i'}^{z'} = m_{i'}^{z'} - 1$; если $m_{i'}^{z'} = 0$, то $N_{1T}^{z'} = N_{1T}^{z'} \setminus \{[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]\}$; $k_{z'} = k_{z'} - 1$.
5. Извлечь из множества I_2^q элемент, соответствующий типу ПЗ в множестве Q : $i^q = \min\{i \mid i \in I_2^q\}$, $I_2^q = I_2^q \setminus \{i^q\}$.
6. Извлечь из множества H_{iq}^T идентификатор ПЗ, который добавляется в группу $N^{z'}$: $h'_{iq} = \min\{h_{iq} \mid h_{iq} \in H_{iq}^T\}$, $H_{iq}^T = H_{iq}^T \setminus \{h'_{iq}\}$.
7. Инициализировать $N_{2T}^{z'} = N_{1T}^{z'}$. Сформировать промежуточное решение $N_{2T}^{z'}$:
 - если при $i = i^q$ выполняется $[i, m_i^{z'}, (A)_i^{z'}]_k \in N_{2T}^{z'}$ ($k = \overline{1, k_{z'}}$), то $m_i^{z'} = m_i^{z'} + 1$; $(a_{m_i^{z'}})_{i'}^{z'} = (a_{h'_{iq}})_{i^q}^q$;
 - если не существует такого i , что при $i = i^q$ выполняется $[i, m_i^{z'}, (A)_i^{z'}]_k \in N_{2T}^{z'}$ ($k = \overline{1, k_{z'}}$), то присвоить $i = i^q$; $m_i^{z'} = 1$; $(a_{m_i^{z'}})_{i'}^{z'} = (a_{h'_{iq}})_{i^q}^q$; $k_{z'} = k_{z'} + 1$; $k = k_{z'}$; $N_{2T}^{z'} = N_{2T}^{z'} \cup \{[i, m_i^{z'}, (A)_i^{z'}]_k\}$.
8. Передать решение $N_{2T}^{z'}$ в алгоритм формирования расписаний выполнения ПЗ в МС (на третий уровень иерархии) [3]. Получить решение $[P^z, R^z, \{(T^{0l})^z \mid (l = \overline{1, L})\}]^*$. Если для $[P^z, R^z, \{(T^{0l})^z \mid (l = \overline{1, L})\}]^*$ выполняется ограничение (4), то реализовать процедуру формирования КР выполнения ПЗ в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$). Определить значение критерия $f_2(\cdot)$, значение левого $(\nabla^- f_2) < 0$ либо правого $(\nabla^+ f_2) \geq 0$ дискретных градиентов. Если $(\nabla^- f_2) \geq (\nabla^- f_2)^{z'}$, то перейти на пункт 9; если $(\nabla^- f_2) < (\nabla^- f_2)^{z'}$, то сохранить значения параметров, характеризующих добавляемый в группу пакет: $i^{qz} = i^q$, $a^{qz} = (a_{h'_{iq}})_{i^q}^q$, $(\nabla^- f_2)^{z'} = (\nabla^- f_2)$, $p^{z'} = 1$.

9. Если $H_{i^q}^T \neq \emptyset$, то перейти на пункт 6. Если $H_{i^q}^T = \emptyset$, то проверить условие $I_2^q = \emptyset$. Если $I_2^q = \emptyset$, то перейти на пункт 10. Если $I_2^q \neq \emptyset$, то перейти на пункт 5.

10. Если $p^{z'} \neq 0$, то сохранить значения параметров исключаемого из группы $N^{z'}$ пакета: $i^{z'} = i'$; $a^{z'} = (a_{h^{z'}})^{z'}$. Если $I_2^{z'} \neq \emptyset$, то $I_2^q = I_1^q$, для всех $i^q \in I_1^q$ положить $H_{i^q}^T = H_{i^q}$, $p^{z'} = 0$, перейти на пункт 2. Если $I_2^{z'} = \emptyset$, то перейти на пункт 11. Если $p^{z'} = 0$ и $I_2^{z'} \neq \emptyset$, то положить $I_2^q = I_1^q$, для всех $i^q \in I_1^q$ положить $H_{i^q}^T = H_{i^q}$, перейти на пункт 2. Если $p^{z'} = 0$ и $I_2^{z'} = \emptyset$, то перейти на пункт 11.

11. Выполнить сравнение значения $(\nabla^- f_2)^{z'}$ для группы $N^{z'}$ и значения $(\nabla^- f_2)_G$. Если $(\nabla^- f_2)^{z'} < (\nabla^- f_2)_G$, то сохранить значения параметров исключаемого из $N^{z'}$ пакета и добавляемого в нее пакета: $i_G^z = i^{z'}$, $a_G^z = a^{z'}$, $i_G^q = i^{qz}$, $a_G^q = a^{qz}$, $z1=z'$. Модифицировать номер z' группы ПЗ: $z'=z'+1$. Если $z' \leq Z$, то положить $(\nabla^- f_2)^{z'} = 0$. Перейти на пункт 2. Если $z' > Z$, то перейти на пункт 12. Если $(\nabla^- f_2)^{z'} \geq (\nabla^- f_2)_G$, то $(\nabla^- f_2)^{z'} = 0$, модифицировать номер z' группы ПЗ: $z'=z'+1$. Если $z' \leq Z$, перейти на пункт 2. Если $z' > Z$, то перейти на пункт 12.

12. Если $|(\nabla^- f_2)_G| < \varepsilon$, то перейти на пункт 13 (где $|\cdot|$ – модуль $(\nabla^- f_2)$). Если $|(\nabla^- f_2)_G| \geq \varepsilon$, то сформировать новые составы: множества N^z (где $z=z1$) кортежей вида $[i, m_i^z, (A)_i^z] \in N^z$, множества Q кортежей вида $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ (сформировать локально оптимальное решение по составам групп ПЗ (состав группы N^z , для которой $z=z1$)):

- для $i = i_G^z$ определить кортеж $[i, m_i^z, (A)_i^z] \in N^z$; в векторе $(A)_i^z$ определить индекс h' элемента, для которого $(a_{h'})_i^z = a_G^z$; исключить h' -ый элемент из вектора $(A)_i^z$: $(a_h)_i^z = (a_{h+1})_i^z$ при $h = \overline{h', m_i^z - 1}$; $m_i^z = m_i^z - 1$; если $m_i^z = 0$, то $N^z = N^z \setminus \{[i, m_i^z, (A)_i^z]\}$; $k_z = k_z - 1$; $I_1^z = I_1^z \setminus \{i_G^z\}$.

- если при $i = i_G^z$ выполняется $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$, то $m_i^q = m_i^q + 1$; $(a_{m_i^q})_i^q = a_G^z$;
- если не существует такого i , что при $i = i_G^z$ выполняется $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ ($k = \overline{1, k_q}$), то $i = i_G^z$; $m_i^q = 1$; $(a_{m_i^q})_i^q = a_G^z$; $k_q = k_q + 1$; $k = k_q$; $Q = Q \cup \{[i, m_i^q, (A)_i^q]_k\}$; $I_1^q = I_1^q \cup \{i_G^z\}$;

- если при $i = i_G^q$ выполняется $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z$, то $m_i^z = m_i^z + 1$; $(a_{m_i^z})_i^z = a_G^q$;
- если не существует такого i , что при $i = i_G^q$ выполняется $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z$, то присвоить $i = i_G^q$; $m_i^z = 1$; $(a_{m_i^z})_i^z = a_G^q$; $k_z = k_z + 1$; $k = k_z$; $N^z = N^z \cup \{[i, m_i^z, (A)_i^z]_k\}$; $I_1^z = I_1^z \cup \{i_G^q\}$;

- для $i = i_G^q$ определить кортеж $[i, m_i^q, (A)_i^q] \in Q$; в векторе $(A)_i^q$ определить индекс h' элемента, для которого $(a_{h'})_i^q = a_G^q$; исключить h' -ый элемент из вектора $(A)_i^q$: $(a_h)_i^q = (a_{h+1})_i^q$ при $h = \overline{h', m_i^q - 1}$; $m_i^q = m_i^q - 1$; если $m_i^q = 0$, то $Q = Q \setminus \{[i, m_i^q, (A)_i^q]\}$; $k_q = k_q - 1$; $I_1^q = I_1^q \setminus \{i_G^q\}$.

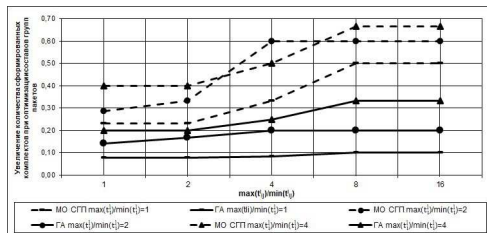
- для каждого k -го кортежа $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ ($k = \overline{1, k_q}$) задать значения элементов h_{i^q} множеств H_{i^q} и $H_{i^q}^T : H_{i^q} = \{1, 2, \dots, m_i^q\}$, $H_{i^q}^T = \overline{H_{i^q}}$. Выполнить инициализацию $I_2^z = I_1^z$; $I_2^q = I_1^q$. Задать значения $(\nabla^- f_2)^z = 0$ ($z = \overline{1, Z}$); $(\nabla^- f_2)_G = 0$. Перейти на пункт 1.

13. Останов алгоритма.

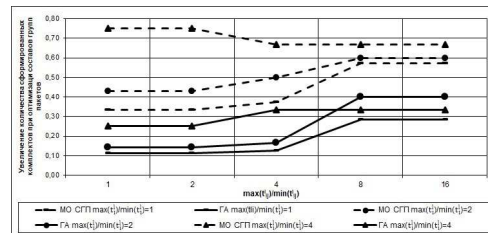
Рассмотренный алгоритм формирует локально оптимальное решение по составам групп (решение $\{[N^z | (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}$), которое соответствует решению $[M, A]$ по составам ПЗ.

4. Исследование метода комплексного планирования выполнения ПЗ в МС при ограничении и формировании КР

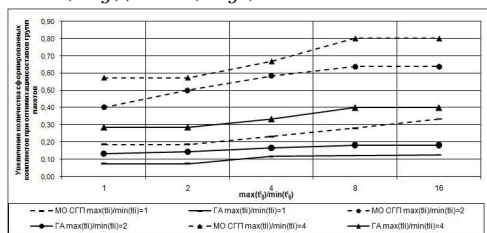
Целью исследования метода комплексного планирования выполнения ПЗ в МС при введенных условиях является определение степени увеличения количества формируемых комплектов при использовании метода оптимизации решений по составам групп в сравнении с фиксированными группами ПЗ. Результатом являются зависимости отношения $f_{\text{эмосгп}} = (f_1^{\text{мосгп}} - f_1^{\text{фикс}}) / f_1^{\text{фикс}}$ от входных параметров задачи ($f_{\text{эмосгп}}$ – степень увеличения количества комплектов при оптимизации составов групп ПЗ по сравнению с фиксированными группами ПЗ, $f_1^{\text{фикс}}$ – значение критерия $f_1(\cdot)$ для решений, не предусматривающих оптимизацию групп (фиксированных групп), $f_1^{\text{мосгп}}$ – значение критерия $f_1(\cdot)$ при условии, что составы групп оптимизируются рассмотренным методом). Исследования эффективности планирования проводились для параметров задачи: $\max(t_{li}) / \min(t_{li})$ – отношение максимальной и минимальной длительностей выполнения заданий на l -ых приборах МС; $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ik}^l)$ – отношение максимальной и минимальной длительностей переналадок приборов; $\max(w_{ig}) / \min(w_{ig'})$ – отношение максимального и минимального количества результатов i -х типов в комплектах. Значения $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ik}^l)$ задавались равными 1, 2, 4, 8; $\max(t_{li}^l) / \min(t_{li}^l)$ – равными 1, 2, 4; $\max(w_{ig}) / \min(w_{ig'})$ – равными 1, 2, 4. Значения параметра $n_g^{\text{КОМ}}$ заданы равными 4 и 8, $g^{\text{КОМ}} = 4$. При $n_g^{\text{КОМ}} = 4$ длительности интервалов времени t^z ($z = \overline{1, 3}$) задавались равными 100, при $n_g^{\text{КОМ}} = 8$ длительности интервалов t^z ($z = \overline{1, 3}$) – равными 200. Улучшение решений с использованием метода оптимизации групп ПЗ сравнивается с применением генетических алгоритмов (ГА) ([19]). Зависимости значений $f_{\text{эмосгп}}$ от параметров задачи ($n=5, L=5, t^z = 100$ при $n_g^{\text{КОМ}} = 4, t^z = 200$ при $n_g^{\text{КОМ}} = 8, Z=3$) в сравнении с ГА представлены на рис. (МО СГП – метод оптимизации составов групп пакетов).



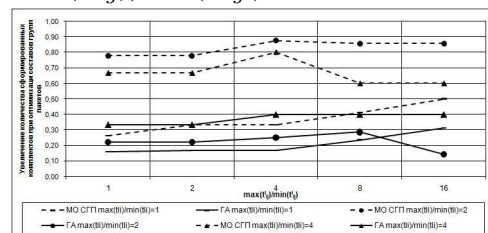
(a) $n_g^{\text{КОМ}} = 4, t^z = 100, Z = 3, \max(w_{ig}) / \min(w_{ig'}) = 1$



(b) $n_g^{\text{КОМ}} = 4, t^z = 100, Z = 3, \max(w_{ig}) / \min(w_{ig'}) = 2$



(c) $n_g^{\text{КОМ}} = 8, t^z = 200, Z = 3, \max(w_{ig}) / \min(w_{ig'}) = 1$



(d) $n_g^{\text{КОМ}} = 8, t^z = 200, Z = 3, \max(w_{ig}) / \min(w_{ig'}) = 2$

Увеличение количества комплектов при оптимизации составов групп ПЗ

Конечность алгоритмов обеспечивается конечностью множества решений по составам пакетов заданий каждого i -го типа [2] (максимально возможное количество пакетов каждого i -го типа определяется как $\lfloor \frac{n^i}{2} \rfloor$, где n^i – количество заданий i -го типа ($i = \overline{1, n}$), $\lfloor \cdot \rfloor$ – операции округления в меньшую сторону). Вычислительная сложность алгоритма оптимизации составов групп – $O(n \cdot n^i \cdot Z)$.

Анализ результатов исследований комплексного планирования выполнения ПЗ в МС при условии формирования КР и ограничениях на интервалы времени ее функционирования, показал, что в среднем эффективность планирования составляет 60% (т.е. на 60% увеличивается количество формируемых комплектов по сравнению с фиксированными группами ПЗ).

Заключение

Рассматриваемый в работе подход предполагает комплексную оптимизацию решений по составам ПЗ, составам групп ПЗ и расписаниям выполнения ПЗ из групп в МС с применением теории иерархических игр. Это позволяет выполнить решение большого количества задач теории расписаний, получение результатов в которых существующими способами является затруднительным. Использование иерархического подхода и методов локальной оптимизации решений на каждом из уровней иерархии системы позволяет формировать решения задач без ограничений на их размерность, без введения дополнительных упрощений. Разработан метод построения начальных решений по составам групп ПЗ, метод распределения результатов выполнения пакетов из групп по комплектам, а также метод локальной оптимизации решений по составам групп ПЗ. Рассмотренный метод локальной оптимизации решений по составам групп ПЗ обеспечивает повышение эффективности планирования выполнения заданий в МС (увеличение количества сформированных комплектов по сравнению с фиксированными составом групп ПЗ составляет в среднем 60%). В развитии работ [1–3] получены: новая модель иерархической игры, новый метод формирования начальных решений по составам групп ПЗ, новый метод оптимизации составов групп ПЗ, учитывающий формирование КР, новый метод распределения результатов выполнения заданий, входящих в пакеты, включенные в группы, по комплектам. Использование рассмотренного подхода обеспечивает улучшение решений по планированию выполнения ПЗ при ограничении на длительности интервалов времени функционирования МС и формировании КР.

Литература

1. Кротов, К.В. Комплексный метод определения эффективных решений по составам партий данных и расписаниям их обработки в конвейерных системах / К.В. Кротов // Вычислительные технологии. – 2018. – № 3. – С. 58–76.
2. Кротов, К.В. Обоснование методов построения комплексных расписаний обработки партий данных при условии оперативного формирования комплектов из результатов / К.В. Кротов // Вестник Воронежского государственного университета. Системный анализ и информационные технологии. – 2018. – № 4. – С. 58–72.
3. Кротов, К.В. Построение комплексных расписаний обработки пакетов данных в конвейерной системе при задании ограничений на длительность интервалов времени ее функ-

- ционирования / К.В. Кротов // Труды учебных заведений связи. – 2020. – Т. 6, № 3. – С. 75–90.
4. Танаев, В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струевич. – М.: Наука, 1989.
 5. Лазарев, А.А. Теория расписаний. Задачи управления транспортными системами / А.А. Лазарев, Е.Г. Мусатова, А.Г. Кварцхелия, Е.Р. Гафаров. – М.: МГУ, 2012.
 6. Лазарев, А.А. Методы и алгоритмы решения задач теории расписаний для одного и нескольких приборов и их применение для задач комбинаторной оптимизации: дисс. ... доктора физ.-мат. наук / А.А. Лазарев. – Москва, 2007.
 7. Кобак, В.Г. Методология сопоставительно-критериальной аналитической оценки распределительных задач и средства ее программно-алгоритмической поддержки: дисс. ... доктора техн. наук / В.Г. Кобак. – Ростов-на-Дону, 2008.
 8. Нейдорф, Р.А. Исследование селективно-перестановочного метода решения однородной распределительной задачи с использованием мультиперестановок / Р.А. Нейдорф, А.А. Жикунин // Системный анализ, управление и обработка информации. – 2012. – С. 58–68.
 9. Ogun Basar. Mathematical Models for a Batch Scheduling Problem to Minimize Earliness and Tardiness / Basar Ogun, Cigdem Alabas-Uslu // Journal of Industrial Engineering and Management. – 2018. – № 11 (3). – P. 390–405.
 10. Li XiaoLin. Scheduling Batch Processing Machine Using Max-Min Ant System Algorithm Improved by a Local Search Method / XiaoLin Li, Yu Wang // Mathematical Problems in Engineering. – 2018. – V. 2018. – Article ID: 3124182.
 11. Cheng Ba-Yi. Improved Ant Colony Optimization Method for Single Batch-Processing Machine with Non-Identical Job Sizes / Ba-Yi Cheng, Hua-Ping Chen, Shuan-Shi Wang // Journal of System Simulation. – 2009. – V. 21, № 9. – P. 2687–2695.
 12. Koehler, F. Optimal Batch Schedules for Parallel Machines / F. Koehler, S. Khuller // Algorithms and Data Structures: 13th International Symposium. – Berlin: Springer, 2013. – P. 475–486.
 13. Surjandari, I. The Batch Scheduling Model for Dynamic Multi-Item, Multi-Level Production in an Assembly Job Shop with Parallel Machines / I. Surjandari, A. Rachman, A. Purdianta, A. Dhini // International Journal of Technology. – 2015. – № 1. – P. 84–96.
 14. Monch, L. Heuristic Scheduling of Jobs on Parallel Batch Machines with Incompatible Job Families and unequal Ready Times / L. Monch, H. Balasubramanian, J. Fowler, M. Pfund // Computers & Operations Research. – 2005. – № 32. – P. 2731–2750.
 15. Dang, Th. Using Heuristic Search for Solving Single Machine Batch Processing Problems / Th. Dang, B. Frankovic, I. Budinska // Computing and Informatics. – 2006. – №25. – P. 405–420.
 16. Kohn, R. Study on Multi-Objective Optimization for Parallel Batch Machine Scheduling Using Variable Neighbourhood Search / R. Kohn, O. Rose, Ch. Laroque // Proceedings of the 2013 Winter Simulation Conference. – 2013. – P. 3654–3670.
 17. Li Shisheng. Single-Machine Batch Scheduling with Job Processing Time Compatibility / Shisheng Li, T.C.E. Cheng, C.T. Ng, Jinjiang Yuan // Theoretical Computer Science. – 2015. – № 583. – P. 57–66.
 18. Jin Miaomiao. Single-Machine Parallel-Batch Scheduling with Nonidentical Job Sizes and Rejection / Miaomiao Jin, Xiaoxia Liu, Wenchang Luo // Mathematics. – 2020. – № 8. – Article ID: 258.

19. Кротов, К.В. Использование аппарата генетических алгоритмов при формировании решений по составам партий данных в двухуровневой задаче построения комплексных расписаний их обработки / К.В. Кротов // Автоматизированные технологии и производства. Международный научно-технический журнал. – 2017. – № 2 (16). – С. 23–34.

Кирилл Викторович Кротов, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Информационные системы», Севастопольский государственный университет (г. Севастополь, Российская Федерация), krotov_k1@mail.ru.

Александр Владимирович Скатков, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Информационные технологии и компьютерные системы», Севастопольский государственный университет (г. Севастополь, Российская Федерация), vm1945@mail.ru.

Поступила в редакцию 23 июля 2021 г.

MSC 90B35

DOI: 10.14529/mmp220206

CONSTRUCTION OF SCHEDULES FOR THE PERFORMANCE OF TASK PACKAGES IN MULTI-STAGE SYSTEMS WHEN FORMING SETS OF RESULTS AND LIMITATIONS

K. V. Krotov¹, A. V. Skatkov¹

¹Sevastopol state University, Sevastopol, Russian Federation

E-mail: krotov_k1@mail.ru, vm1945@mail.ru

We consider a complex problem on scheduling of performance of task packages in a multi-stage systems when there is a limit on the duration of time intervals for its operation. Solution of such a problem implies (taking into account the requirements of forming sets of results) determination of composition of packages, groups of packages performed within time intervals of specified duration, schedules for performance of packages on devices of multi-stage system. To determine complex solutions, the apparatus of the theory of hierarchical games is used. We construct the model of a hierarchical game to make decision on the composition of packages, package groups and scheduling of package performance. The model takes into account the requirement to create sets from the results of performance of task packages. The problem of determining the composition of groups of packages is NP-hard, so solution of this problem requires the use of approximate optimization methods. We formulate a method for constructing an initial solution based on the composition of groups of packages and a method for distributing the results of performance of task packages by sets. Also, we formulate a method for optimizing the composition of groups of task packages taking into account the formation of sets. A method for construction of new solutions by composition of group of task packages is formulated. We obtain conditions that allow to determine packages excluded from groups based on the number of results of performance of task of each type, which are not included in sets. The method of local optimization of solutions by composition of packages groups is proposed. The software for the considered method of complex optimization of the compositions of task packages, groups of task packages, and schedules for performance of task packages from groups is implemented.

Keywords: task packages; multi-stage system; sets of results; restriction on duration of time intervals of system operation.

References

1. Krotov K.V. [A Complex Method for Determining Effective Solutions for the Composition of Data Batches and Schedules of Their Processing in Conveyor Systems]. *Computational technologies*, 2018, vol. 23, no. 3, pp. 58–76. (in Russian)
2. Krotov K.V. [Justification of Methods for Constructing Complex Schedules for Processing Data Batches Under the Condition of Rapid Formation of Sets of Results]. *Bulletin of the Voronezh State University. System Analysis and Information Technologies*, 2018, no. 4, pp. 58–72. (in Russian)
3. Krotov K.V. [Building Complex Schedules for Processing Data Packets in a pipeline System When Setting Restrictions on the Duration of Time Intervals for Its Operation]. *Proceedings of Educational Institutions of Communications*, 2020, vol. 6, no. 3, pp. 75–90. (in Russian)
4. Tanaev V.S., Sotskov Yu.N., Strusevich V.A. *Teoriya raspisaniy. Mnogostadijnyye sistemy* [Theory of Schedules. Multi-Stage Systems]. Moscow, Nauka, 1989. (in Russian)
5. Lazarev A.A., Musatova E.G., Kvaratskheliya A.G., Gafarov E.R. *Teoriya raspisaniy. Zadachi upravleniya transportnymi sistemami* [Theory of Schedules. Objectives of the Management of Transport Systems]. Moscow, MSU, 2012. (in Russian)
6. Lazarev A.A. *Methods and Algorithms for Solving Problems of the Theory of Schedules for One and Several Devices and Their Application for Combinatorial Optimization Problems*. PhD thesis, Moscow, 2007. (in Russian)
7. Kobak V.G. *Metodologiya sopostavitel'no-kriterial'noj analiticheskoy ocenki raspreditel'nykh zadach i sredstva ee programmno-algoritmicheskoy podderzhki* [Methodology of Comparative-Criteria Analytical Evaluation of Distributive Tasks and Means of Its Software and Algorithmic Support]. Dissertation of the Doctor of Technical Sciences, Rostov-on-Don, 2008. (in Russian)
8. Neidorf R.A., Zhigulin A.A. [Investigation of a Selective Permutation Method for Solving an Inhomogeneous Distributive Problem Using Multi-Permutations]. *System Analysis, Management and Information Processing. Proceedings of the 3rd International Seminar*, 2012, pp. 58–68. (in Russian)
9. Basar Ogun, Cigdem Alabas-Uslu Mathematical Models for a Batch Scheduling Problem to Minimize Earliness and Tardiness. *Journal of Industrial Engineering and Management*, 2018, no. 11 (3), pp. 390–405. DOI: 10.3926/jiem.2541
10. XiaoLin Li, Yu Wang. Scheduling Batch Processing Machine Using Max–Min Ant System Algorithm Improved by a Local Search Method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, no. 2018, Article ID: 3124182. DOI: 10.1155/2018/3124182
11. Cheng Ba-Yi, Chen Hua-Ping, Wang Shuan-Shi. Improved Ant Colony Optimization Method for Single Batch-Processing Machine With non-Identical Job Sizes. *Journal of System Simulation*, 2009, vol. 21, no. 9, pp. 2687–2695.
12. Koehler F., Khuller S. Optimal Batch Schedules for Parrallel Machines. *Algorithms and Data Structures: 13th International Symposium*, 2013, pp. 475–486.
13. Surjandari I., Rachman A., Purdianta, Dhini A. The Batch Scheduling Model for Dynamic Multi-Item, Multi-Level Production in an Assembly Job Shop With Parallel Machines. *International Journal of Technology*, 2015, no. 1, pp. 84–96. DOI: 10.14716/ijtech.v6i1.783
14. Monch L., Balasubramanian H., Fowler J.W., Pfund M.E. Heuristic Scheduling of Jobs on Parallel Batch Machines With Incompatible Job Families Andunequal Ready Times. *Computers & Operations Research*, 2005, no. 32, pp. 2731–2750.

15. Dang Th.-T., Frankovic B., Budinska I. Using Heuristic Search for Solving Single Machine Batch Processing Problems. *Computing and Informatics*, 2006, no. 25, pp. 405–420.
16. Kohn R., Rose O., Laroque Ch. Study on Multi-Objective Optimization for Parallel Batch Machine Scheduling Using Variable Neighbourhood Search. *Proceedings of the 2013 Winter Simulation Conference*, 2013, pp. 3654–3670.
17. Shisheng Li, Cheng T.C.E., Ng C.T., Jinjiang Yuan. Single-Machine Batch Scheduling with Job Processing Time Compatibility. *Theoretical Computer Science*, 2015, no. 583, pp. 57–66. DOI:10.1016/j.tcs.2015.03.043
18. Miaomiao Jin, Xiaoxia Liu, Wenchang Luo. Single-Machine Parallel-Batch Scheduling with Nonidentical Job Sizes and Rejection. *Mathematics*, 2020, no. 8, Article ID: 258. DOI: 10.3390/math8020258
19. Krotov K. V. [The Use of the Apparatus of Genetic Algorithms in the Formation of Decisions on the Composition of Data Batches in the Two-Level Task of Constructing Complex Schedules for Their Processing]. *Automated Technologies and Production. International Scientific and Technical Journal*, 2017, no. 2 (16), pp.23–34. (in Russian)

Received July 23, 2021