

РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДОСТИЖЕНИЯ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Б.А. Лаговский¹, И.А. Насонов², Е.Я. Рубинович²

¹Российский технологический университет (МИРЭА), г. Москва, Российская Федерация

²Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, Российская Федерация

Рассматривается актуальная проблема получения приближенных численных решений обратных задач в виде интегральных уравнений Фредгольма первого рода для систем радио- и гидролокации и дистанционного зондирования. Полученные решения дают возможность существенно повысить точность измерений, а также довести угловую разрешающую способность до значений, превышающих критерий Рэлея. Это позволяет: получать детализированные радиоизображения различных объектов и зондируемых областей; определять количество отдельных малоразмерных объектов в составе сложных целей, которые раздельно не фиксировались без представляемой обработки сигналов; получать координаты таких малоразмерных объектов с высокой точностью; повысить вероятности получения правильных решений задач распознавания и идентификации объектов. Метод применим для современных многоэлементных измерительных систем. Он основан на экстраполяции сигналов, принимаемых всеми элементами, за пределы самой системы. Решена задача создания необходимой для этого нейронной сети и ее обучения. В итоге, синтезируется новая виртуальная измерительная система значительно большего размера, что позволяет резко повысить угловое разрешение и тем самым повысить качество приближенных решений рассматриваемых обратных задач. На примерах демонстрируется эффективность метода, оценивается адекватность и устойчивость получаемых решений. Исследуется степень превышения виртуальной угломерной системой критерия Рэлея в зависимости от отношения сигнал/шум.

Ключевые слова: критерий Рэлея; интегральное уравнение Фредгольма; экстраполяция; нейронная сеть.

Введение

Повышение информативности является приоритетной проблемой совершенствования информационных систем. Одно из важных направлений ее решения – достижение углового сверхразрешения. Во многих странах разрабатываются и исследуются методы цифровой обработки сигналов, обеспечивающие превышение критерия Рэлея, т. е. методы получения сверхразрешения. Выделим наиболее популярные: MUSIC, ESPRIT, деконволюции сигналов, использование фазовых весовых коэффициентов, максимальной энтропии Берга, максимальной энтропии, теплового шума, методы Кейпона, Bordzhotti Lagunas [1–6]. Приведенные методы не универсальны. Многие, в том числе самые известные – MUSIC, ESPRIT и др. применимы только при использовании узкополосных сигналов; при относительно невысоких отношениях сигнал/шум (ОСШ) методы становятся неэффективными. Еще один недостаток методов [1–6] – значительное время обработки сигналов, что делает практически невозможным использование их в режиме реального времени. Главная сложность реализации всех предложенных методов – неустойчивость решений, так как задача достижения углового сверхразрешения, математически связанная с решением приведенного ниже уравнения (1), является некорректно поставленной [7].

Различные задачи обработки сигналов и изображений с первичной обработкой данных с помощью преобразования Фурье требуют вычислений над полем комплексных чисел. В таких случаях нейронные сети прямого распространения с сигмоидальной функцией активации не возможно применять. Поскольку с одной стороны они работают с вещественными числами, а с другой – их вычисления должны учитывать инвариантность операций над комплексными числами по отношению к поворотам и растяжениям [8–11]. Функция активации для нейронных сетей, работающих с комплекснозначными вычислениями может быть основана на комплекснозначном нейроне, который будет являться более функциональным, чем вещественный [12, 13]. Сейчас доступны программные средства разработки нейронных сетей, TensorFlow, PyTorch, Theano, Keras, которые являются популярными и функциональными инструментами, поддерживающими работу с комплексными числами.

Однако в данной задаче использование комплексных нейронных сетей является излишним ввиду простоты наших данных. Эффективность комплексных нейронов проявляется при работе с большими объемами данных, что в данном случае нецелесообразно. Кроме того, комплексные нейронные сети обладают меньшей интерпретируемостью, что является важным аспектом для нашей задачи. Рассматриваемая задача может быть декомпозирована так, что данные представимы в виде всего двух рядов, отвечающих действительной и мнимой частям сигнала. Поэтому в чистом виде операции с комплексными числами в нейронных сетях отсутствуют.

В работе авторов [14] и других статьях [15–20] ранее уже было показано, что нейронная сеть Inception Time, основанная на применении модулей Inception для анализа данных временных рядов с помощью слоев одномерной свертки, показывает один из лучших результатов при сравнении с другими архитектурами нейросетей.

1. Постановка задачи

При сканировании углового сектора обзора по координате α принимаемый антенной системой сигнал $U(\alpha)$ всегда может быть представлен как сумма полезного сигнала – в виде линейного интегрального преобразования – и случайных составляющих, т. е. шума $u_n(\alpha)$:

$$U(\alpha) = \int_{\Omega} f(\alpha - \varphi)I(\varphi) d\varphi + u_n(\alpha), \quad (1)$$

где Ω – угловая область расположения источника сигнала, $f(\alpha)$ – диаграмма направленности (ДН) антенной системы, $I(\alpha)$ – угловое распределение амплитуды отраженного исследуемым объектом (или же излучаемого им) сигнала.

Для систем измерений и наблюдений угловая разрешающая способность $\delta\alpha$ определяется критерием Рэлея:

$$\delta\alpha \cong \lambda/L, \quad (2)$$

где λ – используемая длина волны, L – линейный размер антенной системы в соответствующем направлении. Ширина луча антенной системы, измеряемая по уровню снижения интенсивности излучения в два раза и обозначаемая $\theta_{0,5}$, также равна $\delta\alpha$.

Ставится задача получения радиоизображения объекта $I(\alpha)$ с максимально возможным разрешением, превышающим критерий (2), за счет цифровой обработки принимаемого сигнала $U(\alpha)$. Задача сводится к решению интегрального уравнения (ИУ) Фредгольма первого рода типа свертки (1). Поставленная обратная задача не удовлетворяет второму и третьему требованиям корректности задач по Адамару, т. е. является некорректно поставленной [7].

2. Метод решения

Предлагается новый метод достижения углового сверхразрешения, напрямую не связанный с решением ИУ (1). Метод применим при обработке сигналов современными антенными системами на основе цифровых антенных решеток (ЦАР).

Пусть ЦАР представляет собой большую плоскую прямоугольную эквидистантную решетку с количеством элементов $2N + 1$ в каждом из Q рядов. Диаграмма направленности ЦАР, сфокусированная в направлении α_0 при сканировании по одной координате α в плоскости углов, перпендикулярной плоскости ЦАР, может быть представлена в виде суммы:

$$f(\alpha - \alpha_0) \cong \sum_{n=-N}^N \exp(-idkn(\alpha - \alpha_0)), \quad (3)$$

где $k = 2\pi/d$, d – расстояние между соседними излучателями. Тогда, без учета шумовой компоненты, принимаемый сигнал (1) можно представить следующим образом:

$$U(\alpha) = \sum_{n=-N}^N \exp(-ikdn\alpha) \int_{\Omega} \exp(ikdn\varphi) I(\varphi) d\varphi = \sum_{n=-N}^N C_n \exp(-ikdn\alpha), \quad (4)$$

$$C_n = \int_{\Omega} \exp(ikdn\varphi) I(\varphi) d\varphi, \quad (5)$$

где коэффициенты C_n – комплексная амплитуда сигнала, принятого n -м элементом ЦАР.

3. Создание датасета

В данной работе решалась задача регрессии ряда комплексных амплитуд C_n . Тренировочный и валидационный наборы генерировались на основе следующей формулы:

$$C_n = A_1 e^{ikdn\alpha_0} + A_2 e^{-ikdn\alpha_0}, \quad n = \pm K, \dots, \pm 1, 0, \quad (6)$$

где $k/\lambda = 2\pi$, $\lambda/d = 0,7$, A_1, A_2 – амплитуда сигнала цели. В процессе формирования датасетов использовались разные значения K . Так, для входных данных использовалось значение $K = 25$. Для выходных данных в этих наборах K принималось равным 75, 150 и 250.

Результатом процесса генерации коэффициентов C_n является ряд, включающий $K + 1$ комплексных чисел. Ввиду сложности обработки комплексных чисел нейронными сетями проведена предварительная обработка данных. Каждый элемент данного ряда был разделен на его вещественную и мнимую составляющие. В результате были сформированы два вещественных ряда, которые пригодны для использования в нейронных сетях.

Для стабильного обучения сети и повышения ее масштабируемости тренировочные и валидационные наборы данных были изменены с помощью добавления шума с использованием стохастического процесса Орнштейна – Уленбека [21]. Этот процесс часто используют при математическом моделировании случайных процессов, обладающих долгосрочными корреляциями [22]. С его помощью удобно генерировать случайные вариации данных, которые сохраняют статистические характеристики и

структуру исходных временных рядов. Этот процесс подчиняется стохастическому дифференциальному уравнению Ито:

$$dx_t = \theta(\mu - x_t)dt + \sigma dW_t, \tag{7}$$

где W_t – стандартный винеровский процесс, а параметры θ , μ и σ при создании датасета принимались равными $\theta = 0,15$, $\mu = 0$, $\sigma = 0,5$.

Характеристики тренировочного и валидационного датасетов указаны в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики тренировочного и валидационного набора данных

Параметр	Тренировочный	Валидационный
Размер	400000	30000
Batch size	128	128

4. Нейронная сеть

4.1. Архитектура сети

Для решения данной задачи регрессии была использована нейронная сеть InceptionTime [15], основанная на применении модулей Inception для анализа данных временных рядов с помощью слоев одномерной свертки. Структура сети изображена на рис. 1.

Каждый модуль в архитектуре данной сети состоит из входного слоя одномерной свертки с ядром свертки, равным 1, и блока из трех параллельных сверточных слоев со значениями ядер свертки 1, 2 и 3, после которых следуют слои Dropout [23] с коэффициентом 0,2 для стабилизации тренировки сети и борьбы с ее переобучением. Для предотвращения затухания градиентов в сети входные данные каждого модуля Inception перенаправляются в неизменном виде в конечный конкатенированный выходной блок, минуя обработку в параллельных слоях.

После обработки данных в модулях, конечный результат представляет собой единую матрицу, которая подается в слой MaxPooling для понижения размерности и извлечения наиболее значимых признаков из входных данных. Завершающая часть сети, изображенной на рис. 1, состоит из слоев Flatten, Dropout и двух полносвязных слоев, в которых количество нейронов последнего из них зависит от значения количества прогнозируемых источников решетки $K = SIZE$. Выходным слоем сети является слой Reshape, который трансформирует полученные данные в двумерный массив значений действительной и мнимой частей комплексного ряда коэффициентов C_n .

4.2. Тренировка сети

Для обучения сети InceptionTime использовался оптимизатор Adam [24] с функцией потерь MSE и метрикой Assurance.

В ходе обучения проводился динамический контроль параметра скорости обучения (Learning Rate), который зависел от текущей эпохи обучения, начального значения Learning Rate, минимального и максимального уровней Learning Rate, а также от параметров, регулирующих динамику скорости обучения, таких как периоды увеличения, удержания и затухания скорости обучения.

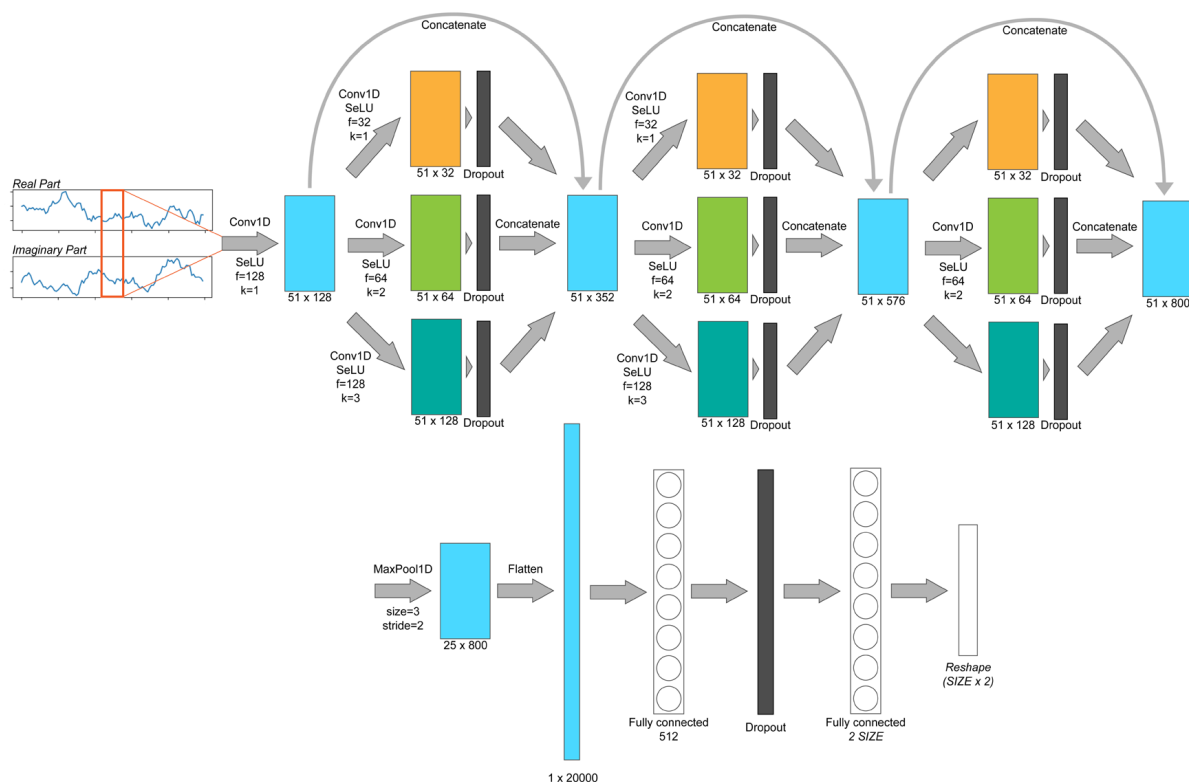


Рис. 1. Структура сети InceptionTime

На начальном этапе обучения применялась повышенная скорость обучения, что способствовало быстрому приближению к оптимальным весам модели и предотвращало застревания в локальных минимумах функции потерь, а также позволяло получить правильное направление для минимизации функции потерь. Далее скорость обучения уменьшалась, что способствовало стабилизации процесса обучения и более точной настройке весов для достижения лучшей сходимости к глобальному минимуму.

Такой двухэтапный подход позволяет сбалансировать скорость и точность обучения, обеспечивая эффективную и стабильную тренировку сети. Формула для вычисления коэффициента обучения приведена в выражении (8), где T – номер эпохи обучения, L – значение коэффициента обучения. Также в табл. 2 приведены описания и значения параметров выражения

$$L(T) = \begin{cases} S + \frac{(L_{\max} - S) \times T}{I}, & T < I, \\ L_{\max}, & I \leq T < I + H, \\ (L_{\max} - L_{\min}) \times E^{(T-I-H)} + L_{\min}. & T \geq I + H. \end{cases} \quad (8)$$

На рис. 2 приведены графики зависимостей функции потерь, точности и коэффициента обучения от номера эпохи. Примечательно, что уже после первой эпохи обучения сеть достигает точности выше 90 %. Повышение ошибки и провалы точности на валидационном наборе на 6,7 эпохах объясняются резким понижением коэффициента обучения после его высокого значения на 4-й эпохе, из-за чего градиенты могли попасть в локальный минимум на 2-й эпохе. Дальнейшее снижение ошибки и увеличение точности обучения свидетельствует о продолжении движения градиентов сети в глобальный минимум.

Таблица 2

Параметры зависимости Learning Rate от значения эпохи

Параметр	Тренировочный	Валидационный
Параметр	Значение	Определение
S	10^{-3}	Начальное значение скорости обучения
L_{\min}	10^{-6}	Минимальное значение скорости обучения
L_{\max}	2×10^{-3}	Максимальное значение скорости обучения
I	3	Количество эпох для линейного увеличения скорости обучения с S до L_{\max}
H	0	Количество эпох для удержания максимальной скорости обучения L_{\max}
E	0, 85	Коэффициент экспоненциального затухания скорости обучения после периода увеличения и удержания скорости

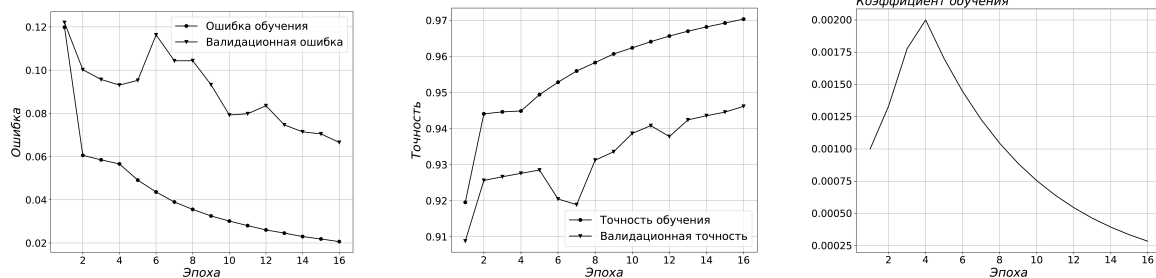


Рис. 2. Графики ошибки, точности и шага обучения на этапе тренировки сети InceptionTime

5. Результаты моделирования

В качестве примера будем рассматривать объекты, расположенные симметрично относительно начала угла наблюдения. Результаты предсказания такой задачи разрешения целей представлены на рис. 3, а обозначения кривых приведены в табл. 3.

Объекты, для которых генерировалось предсказание, имеют амплитуду сигнала 100 и координаты $(-0, 007, 0, 007)$ радиан соответственно. В реальной системе наблюдается недостаточная способность разрешить указанные цели, в то время как нейросетевая модель демонстрирует значительно более точные прогнозы. Ее предсказания визуально соответствуют работе идеальной системы, что свидетельствует об улучшенной способности разрешения целей на практике при анализе сигнала $U(\alpha)$.

На рис. 4 а) изображены модули результатов предсказаний коэффициентов C_n систем с различными значениями приемников $K = 75, 150, 250$ в пределах от 26 до 75 излучателей синтезированной ЦАР. Также на графике приведены коэффициенты C_n идеальной системы.

Отметим, что предсказания систем с $K = 250$ и $K = 75$ визуально схожи между собой, но они сильнее отличаются от идеальной системы, чем предсказания системы с $K = 150$ приемниками.

Наиболее вероятной причиной такого поведения сетей может быть использование разных целевых значений количества излучателей в процессе обучения нейронных сетей. В случае системы с $K = 75$ приемниками она успешно учится улавливать общую

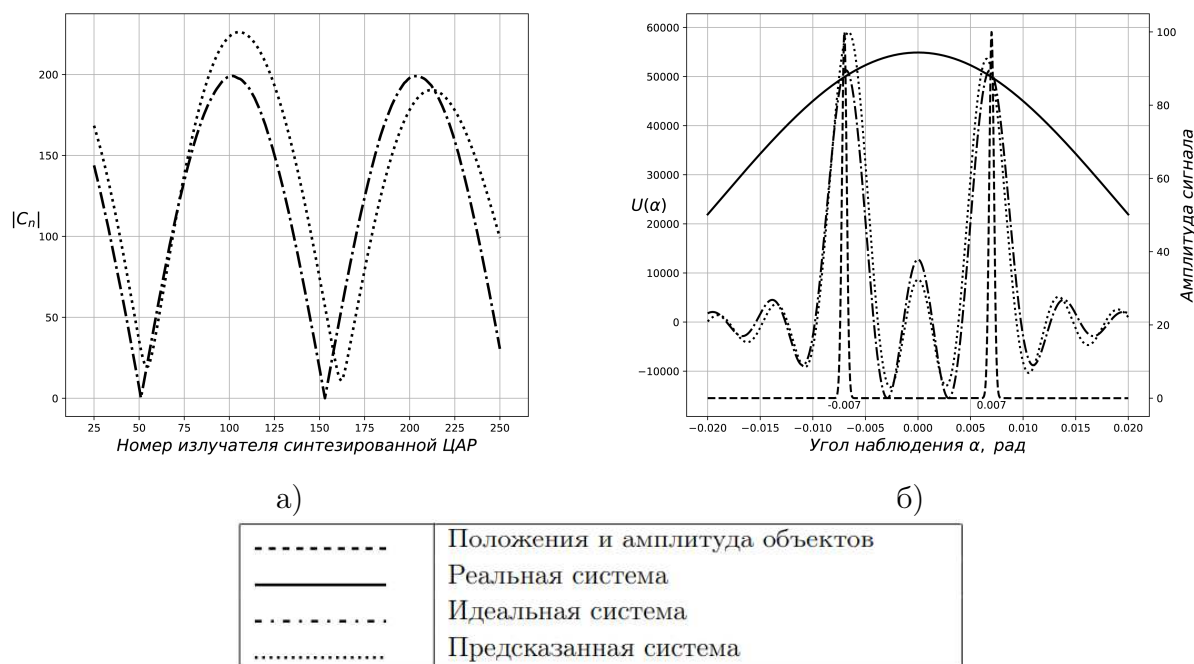


Рис. 3. Пример предсказания 250 приемников ЦАР

идеальную структуру значений коэффициентов C_n , приведенных на рис 4 а). Однако система с $K = 250$ приемниками помимо предсказания значений в промежутке между 26 и 75 излучателями также предсказывает значения для дополнительных 175 коэффициентов, которые могут внести дополнительные шумы и искажения в предсказания. Это объясняет похожие результаты между системами с $K = 75$ и $K = 250$, в то время как система с $K = 150$ немного отличается от них из-за определенных характеристик обучения и прогнозирования.

Связь между относительной интенсивностью шума q , рассчитанной по формуле (9) (см. ниже), и точностью прогнозирования коэффициентов C_n представлена на рис. 4 б). В табл. 4 представлены обозначения цветов кривых с уровнями шума, который был применен к входным данным нейросети.

$$q = \frac{\sum_{n=26}^K |C_n|}{\sum_{i=26}^K |w_i|}, \quad w_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma). \tag{9}$$

На рис. 4б) наблюдается систематическое ухудшение точности прогнозирования коэффициентов C_n при увеличении уровня дисперсии σ . Результаты предсказания симметричной задачи разрешения целей с различными амплитудами представлены на рис. 5.

Исследуемые объекты обладают симметричными координатами $(-0,007, 0,007)$ радиан, однако их амплитуды отличаются в два раза – 100 и 50 соответственно. Это различие в амплитудах является основной особенностью данной задачи. На рис. 5 а) мы можем наблюдать постепенное ухудшение точности предсказания абсолютных значений коэффициентов $|C_n|$ с увеличением номеров излучателей в синтезированной апертурной радиолокационной системе (ЦАР).

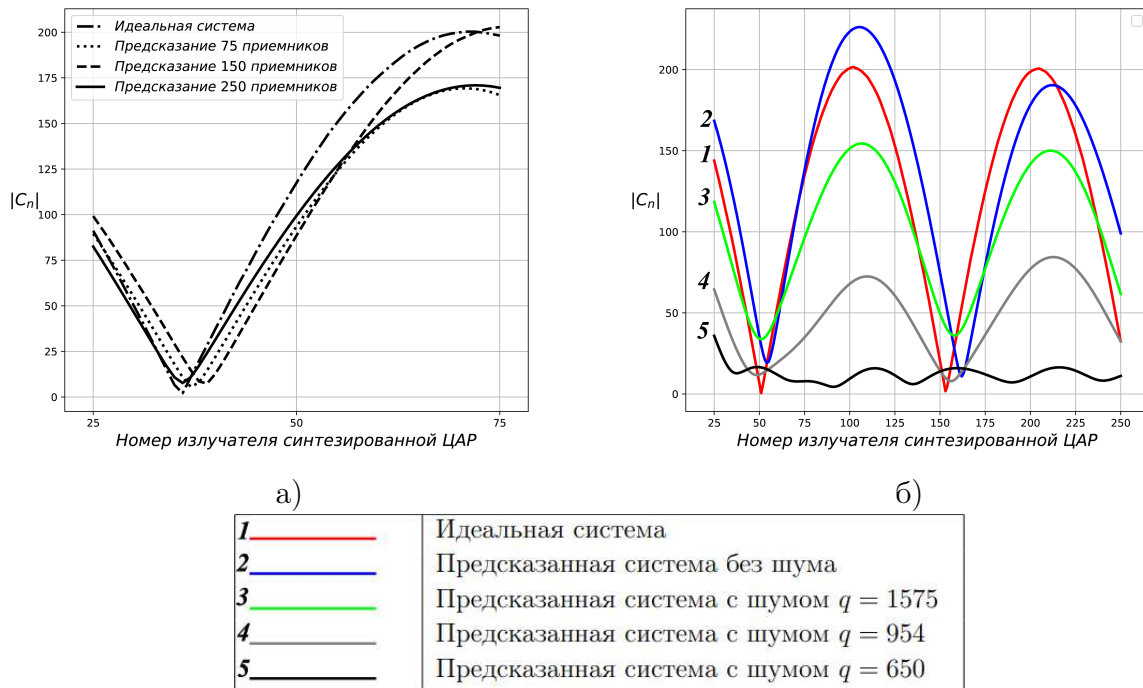


Рис. 4. Сравнение предсказаний коэффициентов C_n

Однако нейронная сеть все равно справляется с данной задачей с высокой точностью – сигнал $U(\alpha)$, рассчитанный по предсказанным нейросетью коэффициентам C_n , визуально совпадает с сигналом идеальной системы, что свидетельствует о высокой масштабируемости сети.

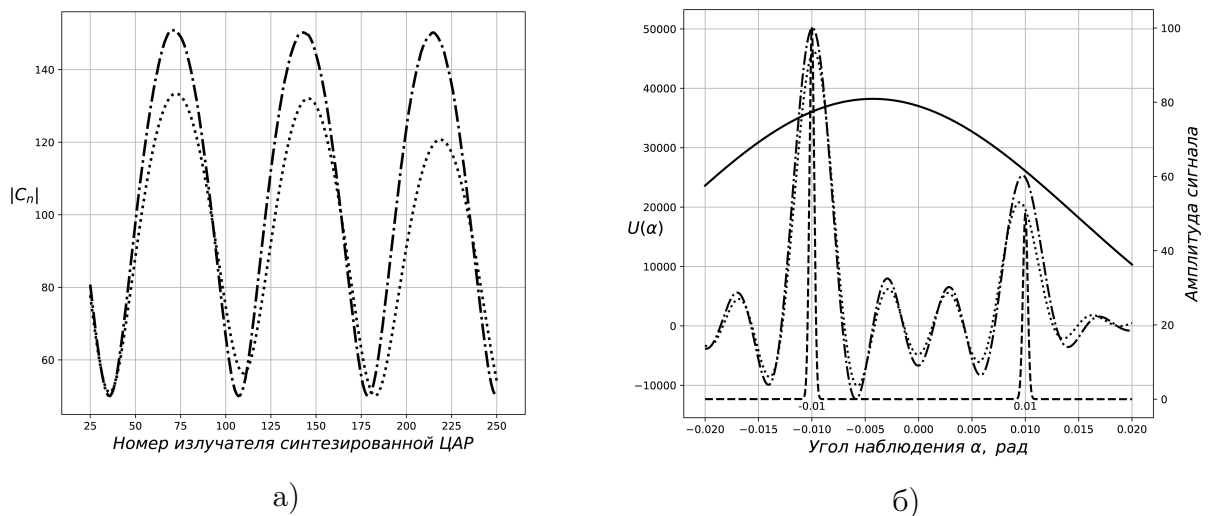


Рис. 5. Пример предсказания 250 приемников ЦАР для сигнала с разными амплитудами

Заключение

Метод последовательной экстраполяции сигналов за пределы реальной измерительной системы оказывается эквивалентен получению все более точных приближенных решений ИУ с вырожденным ядром. Предложенный метод обработки сигналов, основанный на использовании нейросетевых алгоритмов, обеспечивает восстановление изображений объектов с угловым разрешением, превосходящим критерий Рэлея в 2–6, а при благоприятных условиях и в 10 раз. Уровень достигаемого сверхразрешения ограничивается ОСШ в принимаемом сигнале. В целом численные эксперименты показали, что результаты, достигнутые при использовании разработанных нейросетей, превосходят ранее полученные другими методами экстраполяции.

Работа проводилась при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта № 23-29-00074.

Литература

1. Almeida, M.S. Deconvolving Images with Unknown Boundaries Using the Alternating Direction Method of Multipliers / M.S. Almeida, M.A. Figueiredo // IEEE Transactions on Image Processing. – 2013. – V. 22, № 8. – P. 3074–3086.
2. Dudik, M. Maximum Entropy Density Estimation with Generalized Regularization and an Application to Species Distribution Modeling / M. Dudik, S.J. Phillips, R.E. Schapire // Journal of Machine Learning Research. – 2007. – № 8. – P. 1217–1260.
3. Tan, W.Q. Estimation Of Direction of Source Arrival Based upon MUSIC and Capon / W.Q. Tan, Y.G. Hou // Journal of Nanchang Institute of Technology. – 2008. – V. 27, № 1. – P. 20–23.
4. Candes, E.J. Super-Resolution from Noisy Data / E.J. Candes, C. Fernandez-Granda // Journal of Fourier Analysis and Applications. – 2013. – V. 19, № 6. – P. 1229–1254.
5. Щукин, А.А. Параметризация пользовательских функций в цифровой обработке сигналов для получения углового сверхразрешения / А.А. Щукин, А.Е. Павлов // Российский технологический журнал. – 2022. – Т. 10, № 4. – С. 38–43.
6. Lagovsky, B. Superresolution by Extrapolation for Solving Remote Sensing Problems / B. Lagovsky // Proceedings of the 25th International Crimean Conference Microwave and Telecommunication Technology. – 2015. – V. 2. – P. 1144–1146.
7. Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1974.
8. Uzun, I.S. FPGA Implementations of Fast Fourier Transforms for Real-Time Signal and Image Processing / I.S. Uzun, A. Amira, A. Bouridane // IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing. – 2005. – V. 152, № 3. – P. 83–296.
9. Abtahi, T. Accelerating Convolutional Neural Network with FFT on Embedded Hardware / T. Abtahi, C. Shea, A. Kulkarni, T. Mohsenin // IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems. – 2018. – V. 26, № 9. – P. 1737–1749.
10. Pratt, H. Fcnn: Fourier Convolutional Neural Networks / H. Pratt, B.M. Williams, F. Coenen, Yalin Zheng // Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases: European Conference. – Skopje, 2017. – P. 786–798.
11. Xiaolong Chen. LFM Signal Detection and Estimation Based on Deep Convolutional Neural Network / Xiaolong Chen, Jiang Qiaowen, Su Ningyuan, Chen Baoxin, Guan Jian // Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference. – Lanzhou, 2019. – P. 753–758.
12. ChiYan Lee. Complex-Valued Neural Networks: A Comprehensive Survey / ChiYan Lee, Hasegawa Hideyuki, Gao Shangce // Journal of Automatica Sinica. – 2022. – V. 9, № 8. – P. 1406–1426.

13. Bassey, J. A Survey of Complex-Valued Neural Networks / J. Bassey, Lijun Qian, Xianfang Li // arXiv: Machine Learning. – 2021. – 15 p. – URL: <https://arxiv.org/abs/2101.12249>
14. Lysenko, P.V. Deep Learning Approach to Classification of Acoustic Signals using Information Features / P.V. Lysenko, I.A. Nasonov, A.A. Galyaev, L.M. Berlin // Doklady RAN. Matematika, Informatika, Processy Upravleniya. – 2023. – V. 514, № 2. – P. 39–48.
15. Fawaz, H.I. Inceptiontime: Finding Alexnet for Time Series Classification / H.I.Fawaz, B. Lucas, G. Forestier, et al. // Data Mining and Knowledge Discovery. – 2020. – V. 34, № 6. – P. 1936–1962.
16. Fawaz, H.I. Deep Learning for Time Series Classification / H.I. Fawaz // Data Mining and Knowledge Discovery. – 2019. – V. 33. – P. 917–963.
17. Jingyu Sun. Prototypical Inception Network with Cross Branch Attention for Time Series Classification / Sun Jingyu, Takeuchi Susumu, Yamasaki Ikuo // International Joint Conference on Neural Networks. – Shenzhen, 2021. – P. 1–7.
18. Xueyuan Gong. KDCTime: Knowledge Distillation with Calibration on InceptionTime for Time-Series Classification / Gong Xueyuan, Si Yain-Whar, et al. // Information Sciences. – 2022. – V. 613. – P. 184–203.
19. Pialla, G. Data Augmentation for Time Series Classification with Deep Learning Models / G Pialla, M. Devanne, J. Weber, L. Idoumghar, G. Forestier // International Workshop on Advanced Analytics and Learning on Temporal Data. – Grenoble, 2022. – P. 117–132.
20. Yang Hong. Robust Augmentation for Multivariate Time Series Classification / Yang Hong, T. Desell // arXiv: Machine Learning. – 2022. – 11 p. – URL: <https://arxiv.org/abs/2201.11739v1>
21. Gillespie, D.T. Exact Numerical Simulation of the Ornstein-Uhlenbeck Process and its Integral / D.T. Gillespie // Physical Review E. – 1996. – V. 54, № 2. – P. 2084.
22. Galyaev, A.A. Neural Network Algorithm for Intercepting Targets Moving Along Known Trajectories by a Dubins' Car / A.A. Galyaev, A.I. Medvedev, I.A. Nasonov // Automation and Remote Control. – 2023. – V. 84, №. 3. – P. 3–21.
23. Baldi, P. Understanding Dropout / P. Baldi, P.J. Sadowski // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2013. – V. 26. – 9 p.
24. Bock, S. A Proof of Local Convergence for the Adam Optimizer / S. Bock, M. Weib // International Joint Conference On Neural Networks. – Budapest, 2019. – P. 1–8.

Борис Андреевич Лаговский, профессор, доктор технических наук, кафедра «Прикладная математика», Российский технологический университет (МИР-ЭА)(г. Москва, Российская Федерация), robertlag@yandex.ru.

Иван Андреевич Насонов, математик, лаборатория «Управление по неполным данным», Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (г. Москва, Российская Федерация), nasonov.ia18@physics.msu.ru.

Евгений Яковлевич Рубинович, профессор, доктор технических наук, лаборатория «Управление по неполным данным», Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (г. Москва, Российская Федерация), rubinvch@ipu.ru.

Поступила в редакцию 20 ноября 2023 г.

SOLVING INVERSE PROBLEMS OF OBTAINING SUPER-RESOLUTION USING NEURAL NETWORKS

B. A. Lagovsky¹, I. A. Nasonov², E. Y. Rubinovich²

¹Russian Technology University, Moscow, Russian Federation

²Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow, Russian Federation

E-mail: robertlag@yandex.ru, nasonov.ia18@physics.msu.ru, rubinvch@ipu.ru

This paper considers the problem of obtaining approximate numerical solutions of inverse problems in the form of Fredholm integral equations of the first kind for radio and sonar systems and remote sensing systems using neural networks. The solutions make it possible to significantly increase the accuracy of measurements and to bring the angular resolution to values exceeding the Rayleigh criterion. This allows detailed radio images of various objects and probed areas to be received; the number of individual small-sized objects to be determined in the composition of complex targets that were not recorded separately without the presented signal processing; the coordinates of such small-sized objects to be obtained with high accuracy; and the probability of obtaining correct solutions to problems of recognition and identification of objects to be increased. The method is applicable for multi-element measuring systems. It is based on the extrapolation of signals received by all elements outside the system itself. The problem of creating and training a neural network has been solved. As a result, a new virtual measuring system of a much larger size is synthesized, which makes it possible to dramatically increase the angular resolution and thereby improve the quality of approximate solutions to the inverse problems under consideration. Examples demonstrate the effectiveness of the method and assess the adequacy and stability of the solutions. The degree of excess of the Rayleigh criterion by the virtual goniometer system depending on the signal-to-noise ratio is also investigated.

Keywords: Rayleigh criterion; Fredholm integral equation; extrapolation; neural network.

References

1. Almeida M.S., Figueiredo M.A. Deconvolving Images with Unknown Boundaries Using the Alternating Direction Method of Multipliers. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, vol. 22, no. 8, pp. 3074–3086. DOI: 10.1109/TIP.2013.2258354
2. Dudik M., Phillips S.J., Schapire R.E. Maximum Entropy Density Estimation with Generalized Regularization and an Application to Species Distribution Modeling. *Journal of Machine Learning Research*, 2007, no. 8, pp. 1217–1260.
3. Tan W.Q., Hou Y.G. Estimation of Direction of Source Arrival Based upon MUSIC and Capon. *Journal of Nanchang Institute of Technology*, 2008, vol. 27, no. 1, pp. 20–23.
4. Candes E.J., Fernandez-Granda C. Super-Resolution from Noisy Data. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 2013, vol. 19, no. 6, pp. 1229–1254. DOI: 10.48550/arXiv.1211.0290
5. Shchukin A.A., Pavlov A.E. Parameterization of User Functions in Digital Signal Processing for Obtaining Angular Superresolution. *Russian Technological Journal*, 2022, vol. 10, no. 4, pp. 38–43. DOI: 10.32362/2500-316X-2022-10-4-38-43
6. Lagovsky B. Superresolution by Extrapolation for Solving Remote Sensing Problems. *Proceedings of the 25th International Crimean Conference “Microwave and Telecommunication Technology”*, 2015, vol. 2, pp. 1144–1146.
7. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods of Solving Ill-Posed Problems]. Moscow, Nauka, 1974. (in Russian)
8. Uzun I.S., Amira A., Bouridane A. FPGA Implementations of Fast Fourier Transforms for Real-Time Signal and Image Processing. *IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing*, 2005, vol. 152, no. 3, pp. 83–296. DOI: 10.1049/ip-vis:20041114

9. Abtahi T., Shea C., Kulkarni A., Mohsenin T. Accelerating Convolutional Neural Network with FFT on Embedded Hardware. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems*, 2018, vol. 26, no. 9, pp. 1737–1749. DOI: 10.1109/TVLSI.2018.2825145
10. Pratt H., Williams B.M., Coenen F., Zheng Yalin. Fcnn: Fourier Convolutional Neural Networks. *Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases: European Conference*. Skopje, 2017, pp. 786–798. DOI: 10.1007/978-3-319-71249-9_47
11. Xiaolong Chen, Qiaowen Jiang, Ningyuan Su, Baoxin Chen, Jian Guan. LFM Signal Detection and Estimation Based on Deep Convolutional Neural Network. *Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference*. Lanzhou, 2019, pp. 753–758. DOI: 10.1109/APSIPAASC47483.2019.9023016
12. ChiYan Lee, Hideyuki Hasegawa, Shangce Gao. Complex-Valued Neural Networks: A Comprehensive Survey. *Journal of Automatica Sinica*, 2022, vol. 9, no. 8, pp. 1406–1426. DOI: 10.1109/JAS.2022.105743
13. Basse J., Lijun Qian, Xianfang Li. A Survey of Complex-Valued Neural Networks. *arXiv: Machine Learning*, 2021, 15 p. Available at: <https://arxiv.org/abs/2101.12249>. DOI: 10.48550/arXiv.2101.12249
14. Lysenko P.V., Nasonov I.A., Galyaev A.A., Berlin L.M. Deep Learning Approach to Classification of Acoustic Signals using Information Features. *Doklady RAN. Matematika, Informatika, Processy Upravleniya*, 2023, vol. 514, no. 2, pp. 39–48. DOI: 10.31857/S2686954323601239
15. Fawaz H.I., Lucas B., Forestier G., et al. Inceptiontime: Finding Alexnet for Time Series Classification. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2020, vol. 34, no. 6, pp. 1936–1962. DOI: 10.1007/s10618-020-00710-y
16. Fawaz H.I. Deep Learning for Time Series Classification. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2019, vol. 33, pp. 917–963. DOI: 10.1007/s10618-019-00619-1
17. Jingyu Sun, Susumu Takeuchi, Ikuo Yamasaki. Prototypical Inception Network with Cross Branch Attention for Time Series Classification. *2021 International Joint Conference on Neural Networks*, Shenzhen, 2021, pp. 1–7.
18. Xueyuan Gong, Yain-Whar Si, et al. KDCTime: Knowledge Distillation with Calibration on InceptionTime for Time-Series Classification. *Information Sciences*, 2022, vol. 613, pp. 184–203. DOI: 10.1016/j.ins.2022.08.057
19. Pialla G., Devanne M., Weber J., Idoumghar L., Forestier G. Data Augmentation for Time Series Classification with Deep Learning Models. *International Workshop on Advanced Analytics and Learning on Temporal Data*, Grenoble, 2022, vol. 13812, pp. 117–132. DOI: 10.1007/978-3-031-24378-3_8
20. Yang Hong, Desell T. Robust Augmentation for Multivariate Time Series Classification. *arXiv: Machine Learning*, 2022, 11 p. Available at: <https://arxiv.org/abs/2201.11739v1>. DOI: 10.48550/arXiv.2201.11739
21. Gillespie D.T. Exact Numerical Simulation of the Ornstein-Uhlenbeck Process and its Integral. *Physical Review E*, 1996, vol. 54, no. 2, p. 2084. DOI: 10.1103/PhysRevE.54.2084
22. Galyaev A.A., Medvedev A.I., Nasonov I.A. Neural Network Algorithm for Intercepting Targets Moving Along Known Trajectories by a Dubins' Car. *Automation and Remote Control*, 2023, vol. 84, no. 3, pp. 3–21. DOI: 10.31857/S0005231023030017
23. Baldi P., Sadowski P.J. Understanding Dropout. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2013, vol. 26, 9 p.
24. Bock S., Weib M. A Proof of Local Convergence for the Adam Optimizer. *2019 International Joint Conference on Neural Networks*, Budapest, 2019, pp. 1–8. DOI: 10.1109/IJCNN.2019.8852239

Received November 20, 2023