

# ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

*А.М. Липанов, А.В. Вахрушев, А.Ю. Федотов*

Высокоскоростное ударное нагружение твердых тел находит широкое применение в технике, промышленности, военном деле. При рассмотрении данного процесса главной задачей является изучение степени разрушения и фрагментации взаимодействующих твердых тел на основе расчета и анализа напряженно-деформированного состояния. Основными прикладными задачами исследований являются: разрушение и фрагментация преграды, вид разрушения, процессы откольного разрушения, величины перегрузок, интегральные силы сопротивления внедрению, конечные глубины проникновения, скорости при сквозном разрушении твердых тел, исследования влияния армирования на процессы разрушения, конфигурации зоны ударного взаимодействия, движения твердого тела в преграде и запреградном пространстве. Анализ экспериментальных данных показывает, что с изменением параметров ударяющего тела и свойств преграды, существенно меняются механизмы разрушения. Поэтому моделирование данных процессов является весьма актуальной задачей. Моделирование процессов проникновения и разрушения, как правило, выполняется, вследствие их сложности и взаимосвязанности, численными методами, методом конечных элементов и методом гладких (сглаженных) частиц.

В работе описывается методология процессов взаимодействия снаряда с преградой. Математическая модель взаимодействия включает в себя законы сохранения массы, импульса и энергии, уравнения состояния вещества, модели напряженно-деформируемых состояний материалов. Численная модель основывается на аппроксимации основных законов сохранения явными уравнениями Эйлера. Взаимодействующие тела рассматриваются как совокупность частиц, обладающих определенными физико-механическими свойствами. Данная модель получила название метода сглаженных частиц SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) и широко используется при интенсивном динамическом нагружении тел, когда имеет место существенное изменение топологии моделируемых объектов. Приводятся результаты моделирования твердых тел.

*Ключевые слова:* теория деформируемого твердого тела; моделирование; метод сглаженных частиц; SPH; динамическое нагружение.

## Введение

Высокоскоростное ударное нагружение твердых тел находит широкое применение в технике, промышленности, военном деле. При рассмотрении данного процесса главной задачей является изучение степени разрушения и фрагментации взаимодействующих твердых тел на основе расчета и анализа напряженно-деформированного состояния [1, 2].

Задачи динамического нагружения твердых тел встречаются во многих областях человеческой деятельности. Это и задачи защиты солнечных батарей от космического мусора и астероидов, и высокоскоростное столкновение движущихся летательных аппаратов, и разрушение хрупких материалов, когда элементы материала подвергаются значительным деформациям и внутренней перестройке. Особое значение играют процессы динамического взаимодействия твердых тел в наноструктурированных объектах. В данных материалах, в

отличие от традиционных композиционных материалов, даже небольшое локальное изменение дисперсности или состава компонентов нанокompозита приводит к существенному изменению макроскопических физико-механических характеристик. Процессы, протекающие в наноматериалах, как правило, нелинейны и достаточно сложны, что делает применение математического аппарата для их исследования перспективным направлением.

Основными прикладными задачами исследований являются: разрушение и фрагментация преграды, вид разрушения, процессы откольного разрушения, величины перегрузок, интегральные силы сопротивления внедрению, конечные глубины проникновения, скорости при сквозном разрушении твердых тел, исследования влияния армирования на процессы разрушения, конфигурации зоны ударного взаимодействия, движения твердого тела в преграде и запреградном пространстве [3, 4]. Анализ экспериментальных данных показывает, что с изменением параметров ударяющего тела и свойств преграды существенно меняются механизмы разрушения. Поэтому моделирование данных процессов является весьма актуальной задачей. Моделирование процессов проникновения и разрушения, как правило, выполняется, вследствие их сложности и взаимосвязанности, численными методами, методом конечных элементов [5–7] и методом гладких (сглаженных) частиц [8, 9].

В данной работе рассмотрена в трехмерной постановке задача динамического взаимодействия твердого движущегося тела с преградой и их разрушение. Представлена постановка задачи, и проведено численное исследование моделирование физических процессов, происходящих при пробитии преграды.

## 1. Постановка задачи и теоретические основы моделирования динамического взаимодействия тел

Для описания процесса соударения твердых тел, как правило, используются модели сжимаемого упругопластического тела. Основные соотношения, описывающие движение сжимаемой упругопластической среды, базируются на законах сохранения массы, импульса и энергии и замыкаются соотношениями Прандтля – Рейсса при условии текучести Мизеса. Условия разрушения зависят от температуры, скорости нагружения, прочностных свойств материалов.

Постановка задачи динамического взаимодействия твердых тел приведена на рис. 1. Геометрия тел соударения может варьироваться. В качестве объектов взаимодействия могут выступать цилиндрические сферические и другие тела сложной геометрии.

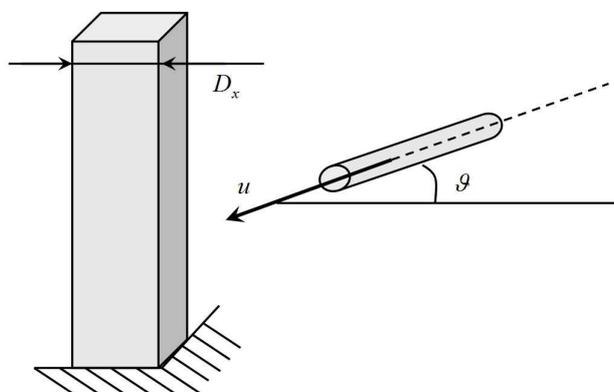


Рис. 1. Схема динамического взаимодействия твердых тел

Законы сохранения массы, импульса и энергии, описывающие процесс взаимодействия твердых тел, записываются в виде [10]:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{du_\alpha}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность;  $u_\alpha$  – вектор скорости;  $\sigma_{\alpha\beta}$  – тензор напряжений;  $E$  – внутренняя энергия;  $t$  – время;  $x_\alpha$  и  $x_\beta$  – составляющие вектора координат;  $\alpha, \beta, \gamma$  – индексы координатного вектора, указание индексов  $\alpha, \beta, \gamma$  у вектора означает, что берется его соответствующая координата  $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$ ;  $\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \right)$  – тензор скоростей деформации;  $\frac{d}{dt}$  – субстанциональная производная по времени. Здесь и в дальнейшем для сокращения записи используется форма с немymi индексами, которая означает, что если в произведении встречаются величины с одинаковыми индексами, то по ним ведется суммирование.

Реологические соотношения записываются в гипотетической форме в следующем виде [11]:

$$\frac{dS_{\alpha\beta}}{dt} = 2G_0 \left( \varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta} \right) + S_{\alpha\gamma} R_{\beta\gamma} + S_{\gamma\beta} R_{\alpha\gamma}, \quad (4)$$

где  $S_{\alpha\beta}$  – девиатор тензора напряжений для координатных составляющих  $\alpha$  и  $\beta$ , определяющий напряжения в точке, не связанные с гидростатическим напряжением (всесторонним давлением);  $\delta_{\alpha\beta}$  – символ Кронекера,  $\delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \alpha = \beta, \\ 0, & \alpha \neq \beta; \end{cases}$   $S_{\alpha\gamma}$  – девиатор тензора напряжений для координатных составляющих  $\alpha$  и  $\gamma$ ;  $S_{\gamma\beta}$  – девиатор тензора напряжений для координатных составляющих  $\gamma$  и  $\beta$ ;  $G_0$  – модуль сдвига;

$$R_{\alpha\gamma} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\gamma} - \frac{\partial u_\gamma}{\partial x_\alpha} \right); R_{\beta\gamma} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\gamma} - \frac{\partial u_\gamma}{\partial x_\beta} \right); R_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} - \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \right).$$

Для описания пластических течений используется теория Прандтля–Рейсса. В этой теории для определения начала пластического течения используется критерий Мизеса [12, 13]. При  $q = S_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta} = 2K^2$  ( $K$  – предел текучести на сдвиг), считается, что имеет место пластическое течение. При  $q < 2K^2$  движение среды считается упругим [14]. Для учета эффекта пластичности в правую часть уравнения реологических соотношений необходимо добавить член  $-\theta(q) (S_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}) S_{\alpha\beta}$ , где

$$\theta(q) = \begin{cases} 0, & q < 2K^2, \\ 0, & q = 2K^2, S_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta} \leq 0, \\ \frac{G_0}{K^2}, & q = 2K^2, S_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta} > 0. \end{cases} \quad (5)$$

В этом случае выражение  $S_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}$  не выходит за границы поверхности Мизеса.

В качестве уравнения состояния моделируемой среды использовано уравнение состояния EOS Shock (Equation Of State Shock) [12]

$$P = P_H + \Gamma \rho (E - E_H), \quad (6)$$

$$P_H = \frac{\rho_0 c_0 \mu (1 + \mu)}{(1 - (\chi - 1) \mu)^2}, \quad (7)$$

$$E_H = \frac{P_H}{2\rho_0} \left( \frac{\mu}{1 + \mu} \right), \quad (8)$$

$$\rho\Gamma = \rho_0\Gamma_0 = \text{const}, \quad (9)$$

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1, \quad (10)$$

где  $P$  – полное давление системы;  $P_H$  – давление в начальном состоянии;  $\Gamma_0$  – коэффициент Грюнайзена при нормальных условиях, который характеризует термическое давление со стороны колеблющихся атомов;  $\Gamma$  – коэффициент Грюнайзена в текущий момент времени;  $E_H$  – внутренняя энергия в начальном состоянии;  $\rho_0$  – плотность материала при нормальных условиях;  $c_0$  – скорость звука в материале;  $\mu$  – изменение плотности в процессе исследования;  $\chi$  – параметр, отражающий свойства материала.

Константы  $\Gamma_0$ ,  $c_0$ ,  $\chi$  определяются экспериментальным путем. Данные константы определяют тип и свойства взаимодействующих материалов.

Достаточно интенсивное ударное нагружение преград часто приводит к возникновению нарушений сплошности материала в результате разрушения. Например, при ударе тонкой пластиной происходит откол, под которым понимают образование макроскопической полости внутри материала преграды, которая может быть замкнутой либо выходить на поверхность преграды, а в некоторых случаях возможно отделение тыльной части преграды.

Нагружение тонкой преграды (толщина преграды меньше диаметра ударника) компактным или удлиненным бойком с плоской головной частью обычно приводит к сдвиговому разрушению преграды с образованием отхода (пробки). Под сдвиговым разрушением понимают образование на периферии ударника разрыва сплошности материала преграды, который прорастает вглубь преграды. При выходе разрыва на тыльную поверхность происходит выделение отхода.

Численное моделирование процессов разрушения можно осуществлять несколькими путями. В континуальном подходе определяется область поврежденной среды и корректируется напряженно-деформированное состояние материала в этой области. В качестве критерия разрушения могут быть выбраны различные модели.

В настоящей работе использовались разные модели разрушения и пластичности, в которых предел текучести варьируется в зависимости от деформации, скорости деформации и температуры.

На практике для этого часто используется модель Джонсона–Кука [15], согласно которой предел текучести определяется формулой

$$Y = (A + B\varepsilon_p^n) \left( 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left( 1 - \left( \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right), \quad (11)$$

где  $Y$  – предел текучести;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  – параметры материала ( $A$  – начальный предел текучести,  $B$  – постоянная твердости,  $C$  – константа скорости деформации);  $\varepsilon_p$  – эквивалентная пластическая деформация, которая зависит от истории нагружения и вычисляется по следующей формуле (суммирование по повторяющимся индексам не учитывается):

$$\varepsilon_p = \frac{\sqrt{2}}{3} \left( (\varepsilon_{\alpha\alpha} - \varepsilon_{\beta\beta})^2 + (\varepsilon_{\beta\beta} - \varepsilon_{\gamma\gamma})^2 + (\varepsilon_{\gamma\gamma} - \varepsilon_{\alpha\alpha})^2 + 6(\varepsilon_{\alpha\beta}^2 + \varepsilon_{\beta\gamma}^2 + \varepsilon_{\gamma\alpha}^2) \right)^{1/2}, \quad (12)$$

$\dot{\varepsilon}_p/\dot{\varepsilon}_0$  – нормализованная скорость эквивалентной пластической деформации;  $\dot{\varepsilon}_p$  – скорость эквивалентной пластической деформации;  $\dot{\varepsilon}_0$  – относительная скорость деформации, задается свойствами материала;  $T$  – текущая температура;  $T_m$  – температура плавления;  $T_r$  –

нормальная температура;  $n$ ,  $m$  – показатели твердости ( $n$  – коэффициент твердости и  $m$  – показатель теплового размягчения).

Еще одной моделью пластичности, используемой при динамическом нагружении, является модель Стейнберга–Гунана (Steinberg Guinan model), в которой уравнения для модуля сдвига  $G$  и предела текучести  $Y$  при высоких скоростях деформации выглядят следующим образом:

$$G = G_0 \left( 1 + \left( \frac{G'_p}{G_0} \right) \frac{P}{\eta^{1/3}} + \left( \frac{G'_T}{G_0} \right) (T - T_r) \right), \quad (13)$$

$$Y = Y_0 \left( 1 + \left( \frac{G'_p}{G_0} \right) \frac{P}{\eta^{1/3}} + \left( \frac{G'_T}{G_0} \right) (T - T_r) \right) (1 + \beta \varepsilon_p)^n, \quad (14)$$

при условии  $Y_0 (1 + \beta \varepsilon_p)^n \leq Y_{\max}$ , где  $G_0$  – модуль сдвига при нормальных условиях;  $G'_p$  – частная производная модуля сдвига по давлению  $G'_p = \frac{\partial G}{\partial P}$ ;  $G'_T$  – частная производная модуля сдвига по температуре  $G'_T = \frac{\partial G}{\partial T}$ ;  $\eta$  – коэффициент сжимаемости,  $\eta = \frac{\rho}{\rho_0}$ ;  $T$  – температура;  $Y_0$  – предельное напряжение при нормальных условиях;  $\beta$  – константа твердости материала;  $Y_{\max}$  – максимальное предельное напряжение.

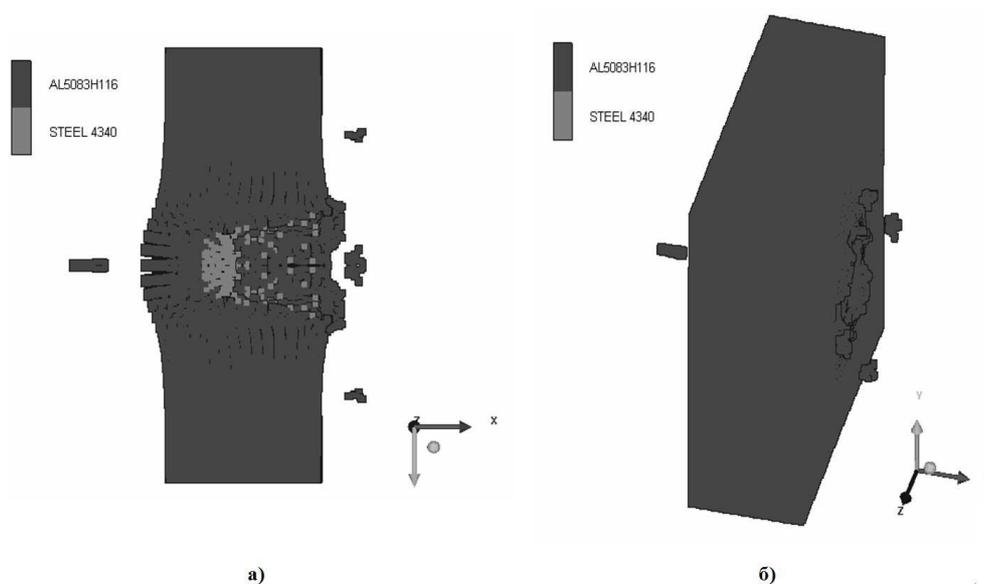
## 2. Результаты моделирования динамического взаимодействия твердых тел

Для изучения процессов взаимодействия преграды и твердого тела был проведен численный эксперимент проникновения сферического твердого тела (СФТТ) – шара внутрь пластины. Начальная скорость шара, как и толщина пластины варьировалась. Для увеличения производительности программного комплекса задача решалась в симметричной постановке, и затем при необходимости изображение достраивалось.

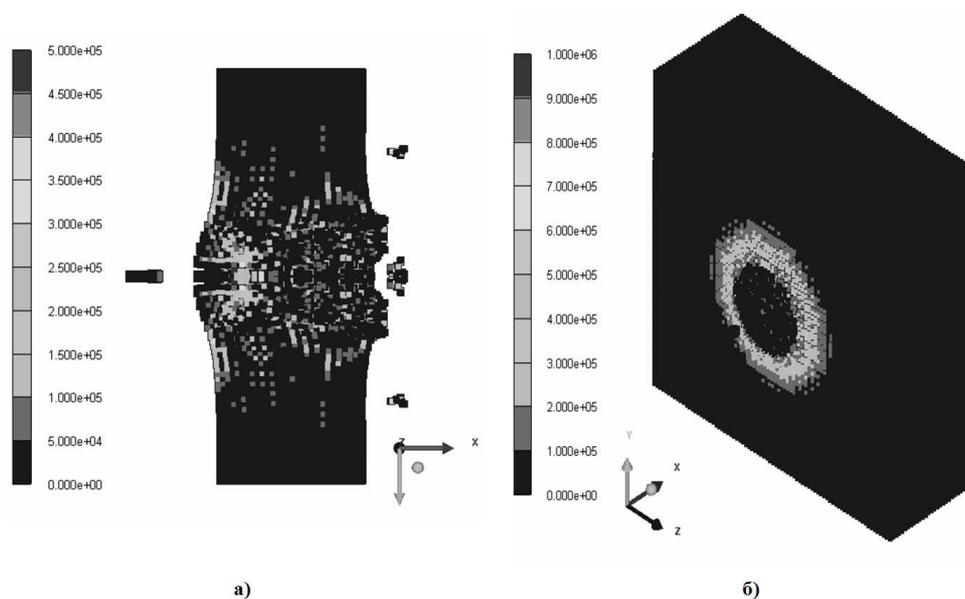
В качестве материала преграды был использован сплав алюминия AL5083H116, а для СФТТ – сталь STEEL4340. Сталь STEEL4340 на рис. 2 изображена светло-серым цветом, сплав алюминия AL5083H116 показан темно-серым. Заметна некоторая зернистость объектов моделирования, что объясняется особенностями построения численной модели. Объекты образованы отдельными элементами, которые в случае превышения максимальных нагрузок, могут отделяться друг от друга и двигаться в соответствии с физическими законами. Скорость СФТТ направлена перпендикулярно поверхности преграды.

В результате расчетов выявлено несколько характерных типов взаимодействий пластины и СФТТ: застревание СФТТ, откол преграды и пробитие пластины. На реализацию того или иного типа взаимодействия влияют толщина пластины и скорость СФТТ. При достаточно больших скоростях шарика и малых толщинах преграды наблюдалось уверенное пробитие пластины. Если скорость СФТТ была высока, а толщина пластины тоже достаточно большой, то реализовывался случай откола: шарик застревает в преграде, но напряжения в пластине велики и с тыльной ее стороны наблюдается разрушение материала. Застревание СФТТ было зафиксировано в случае утолщенных пластин и незначительных скоростей СФТТ. Пример взаимодействия пластины и СФТТ приведен на рис. 2 и 3.

По результатам серии вычислительных экспериментов была вычислена кинетическая энергия СФТТ и построена зависимость энергии от толщины пробиваемой пластины. Рис. 4 демонстрирует эту зависимость. За точки графиков принят результат взаимодействия пластины и СФТТ: круглыми маркерами показано застревание шарика, треугольными – откол и ромбовидными – пробитие. Для каждого типа взаимодействия пластины с СФТТ построена линия тренда. Зависимость энергии от толщины преграды наиболее хорошо аппроксимировалась экспоненциальными уравнениями.



**Рис. 2.** Взаимодействие СФТТ  $R = 0,005$  м и преграды  $D_x = 0,03$  м, скорость СФТТ – 1600 м/с, момент времени –  $1,078 \cdot 10^{-4}$  с, а) сечение плоскостью через центр взаимодействия, б) изометрический вид



**Рис. 3.** Распределение давления (кПа) при взаимодействии СФТТ  $R = 0,005$  м и преграды  $D_x = 0,03$  м, скорость СФТТ – 1600 м/с, момент времени –  $1,078 \cdot 10^{-4}$  с, а) сечение плоскостью через центр взаимодействия, б) изометрический вид

Анализ графиков рис. 4 показывает, что при росте толщины преграды энергия должна увеличиваться экспоненциально, чтобы сохранялся характер взаимодействий между пластиной и СФТТ. Явление откола наблюдается только в достаточно толстых преградах и является промежуточным типом взаимодействия между застреванием и пробитием.

В продолжении анализа взаимодействия твердых тел был рассмотрен механизм проникновения твердого тела в виде заостренного цилиндрического тела (ЗЦТТ) через пластины произвольной толщины. Материалы ЗЦТТ и преграды были выбраны те же, что и

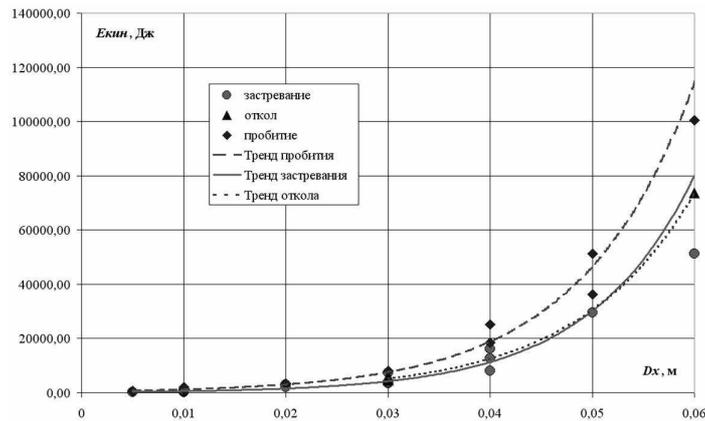


Рис. 4. Энергия взаимодействия СФТТ  $R = 0,005$  м и преград различной толщины

в предыдущей задаче. В качестве материала преграды был использован сплав алюминия AL5083H116, а для ЗЦТТ – сталь STEEL4340. Размерные параметры ЗЦТТ были выбраны следующие: общая длина – 24,5 мм, диаметр – 6 мм, длина цилиндра ЗЦТТ – 16 мм, длина конуса ЗЦТТ – 7,5 мм. Ширина преграды варьировалась от 5 до 60 мм.

Пример взаимодействия ЗЦТТ с преградой изображен на рис. 5. В целом поведение ЗЦТТ при взаимодействии с преградой было подобно случаю СФТТ. Наблюдалось три типа различных взаимодействий: застревание, пробивание и откол. По сравнению со СФТТ пробивание ЗЦТТ было зафиксировано на более низких скоростях. Данный факт свидетельствует о том, что форма ЗЦТТ является более оптимальной. Кроме того, конусная часть ЗЦТТ при столкновении с преградой подвергается большей деформации и разрушению, чем цилиндрическая. Некоторое удлинение цилиндрической части пули может быть оправдано с целью придания ЗЦТТ большего импульса и кинетической энергии. При небольших толщинах преграды наблюдалось выгибание центральной области пластины. При значительных толщинах преграды видно пробитие более широкого канала в пластине, по сравнению с диаметром ЗЦТТ, ЗЦТТ подвергается сильному разрушению.

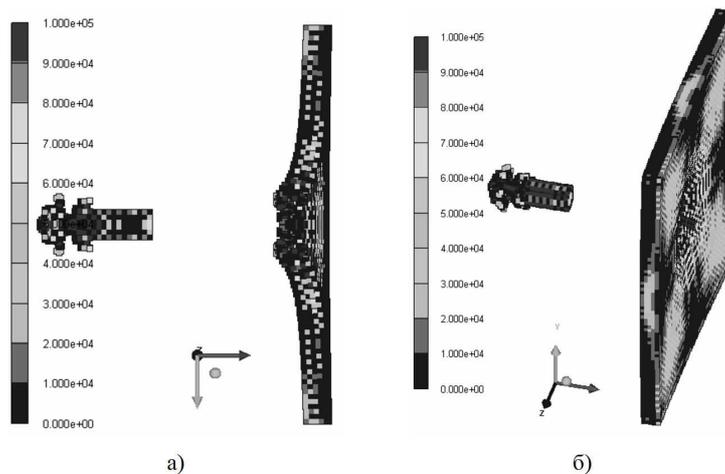


Рис. 5. Распределение давления (кПа) при взаимодействии ЗЦТТ и преграды  $D_x = 0,005$  м, скорость ЗЦТТ – 500 м/с, момент времени –  $2,259 \cdot 10^{-4}$  с, а) сечение плоскостью через центр взаимодействия, б) изометрический вид

Обобщением графиков взаимодействия ЗЦТТ и плоской преграды (рис. 5) являются зависимости кинетической энергии, необходимой для пробития преграды и представленные на рис. 6. Использование именно энергии, а не массы или скорости ЗЦТТ по отдельности, является более универсальным показателем, так как обобщает сразу такие свойства ЗЦТТ, как масса, плотность и скорость.

Данные рис. 6 показывают, что кривая кинетической энергии аппроксимируется с более низким показателем экспоненты, чем в случае СФТТ. Об этом говорят и максимальные значения по оси ординат на соответствующих графиках: для СФТТ максимальное значение энергии было 140 кДж, для ЗЦТТ – 45 кДж. Все это свидетельствует о том, геометрическая форма ЗЦТТ является более оптимальной, поэтому на проникновение через идентичные пластины СФТТ требуется большая начальная скорость. Давление и напряжения в пластине при попадании в нее ЗЦТТ распространяются затухающими волнами. Явление откола, как и в случае СФТТ, наблюдается при больших толщинах пластин и по энергии находится между линией пробития и застревания.

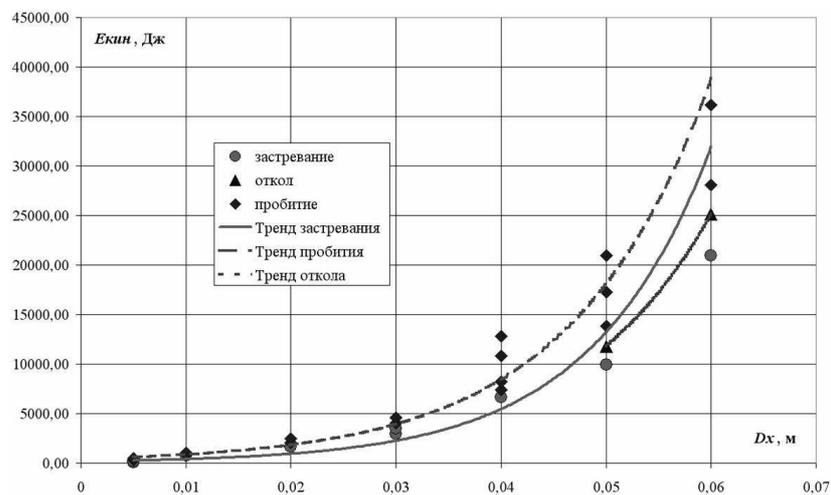
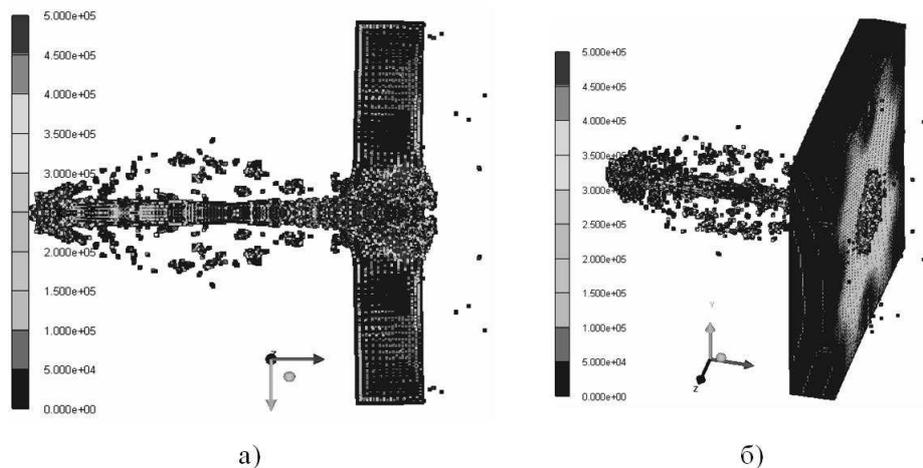


Рис. 6. Энергия взаимодействия ЗЦТТ и преград различной толщины

Следующая решаемая задача затрагивала исследование проникновения составного твердого тела (СТТ) через твердотельную пластину. По сравнению с двумя предыдущими задачами геометрия СТТ сильно отличается от ранее рассмотренных объектов проникновения. Значительно выросли геометрические размеры как СТТ (диаметр – 125 мм, длина – 518 мм), так и преграды. Материалом СТТ был выбран сплав вольфрама W4%Ni2%Fe. Преградой служила пластина переменной толщины из высокопрочной стали STEEL S-7. В некоторых СТТ внутри присутствует сердечник из вольфрама или урана, в данной работе рассматривался цельный монолитный сплав в качестве единственного составляющего материала СТТ.

Серия расчетов в зависимости от толщины пластины, скорости СТТ и угла наклона к поверхности преграды выявила несколько характерных типов взаимодействий пластины и СТТ (рис. 7). Тремя основными типами взаимодействия являются застревание СТТ, его отскок и пробитие пластины. Уверенное пробитие пластины наблюдалось при малых углах по отношению к нормали преграды и небольших (0,1 – 0,2 м) величинах ее толщины. Даже при незначительных толщинах пробиваемой пластины разрушение оперения СТТ наблюдается почти всегда. Наиболее значительному разрушению при этом подвергается оперение и носовая часть СТТ. Некоторые структурные части, относящиеся как к преграде, так и к СТТ, оказываются разрушенными и отделяются от основной массы материала.



**Рис. 7.** Распределение давления (кПа) при взаимодействии СТТ и преграды  $D_x = 0,1$  м, скорость – 1600 м/с, момент времени –  $4,778 \cdot 10^{-4}$  с, угол – 0 град, а) сечение плоскостью через центр взаимодействия, б) изометрический вид

Застревание наблюдалось при толщинах пластины от 0,2 м. В зависимости от угла подлета СТТ может быть частично или значительно разрушен. Было замечено незначительное изменение угла подлета при взаимодействии СТТ с преградой. При застревании СТТ и его сильном разрушении в пластине появляются полости и неоднородности. Отскок возникал при больших углах отклонения СТТ от нормали, причем толщина пластины варьировалась в диапазоне 0,1 – 0,3 м. При отскоке наблюдалось нарушение геометрии СТТ.

Приведенная методика и математическая модель позволяют построить распределение физико-механических и термодинамических характеристик в материалах преграды и СТТ. На рис. 7 представлено поле давления (кПа) в СТТ и преграде. Видно, что распределение давления в соударяемых телах имеет периодический, волновой характер. Наибольшие значения давления соответствуют месту соприкосновения преграды и СТТ. Анализ взаимодействия СТТ и преграды свидетельствует о значительной зависимости характера столкновения тел от угла к нормали поверхности. Даже при небольших углах столкновения СТТ подвергается разрушению.

Для подведения итогов по результатам серии вычислительных экспериментов взаимодействия СТТ и преграды были построены графики характера столкновения от угла подлета СТТ и толщины пластины. Данные зависимости представлены на рис. 8. Четыре типа взаимодействий преграды и СТТ отображены следующим образом: круглые маркеры – застревание; треугольные маркеры – откол; ромбовидные маркеры – пробитие; квадратные маркеры – отскок.

Как показывают данные рис. 8, типы взаимодействий СТТ и преграды образуют достаточно компактные группы. Большие углы подлета по отношению к нормали обуславливают попадание в группу отскока, расположенную в верхней части рис. 8. Группа застревания образована средними углами подлета и увеличивающимися толщинами пластин. Группа взаимодействий типа «пробитие» возникает при малых углах и достаточно больших скоростях СТТ. Явление откола для СТТ зафиксировано не было.

Рис. 8 иллюстрирует, что картина в зависимости от углов подлета формируется симметричная. Из-за больших скоростей движения взаимодействующих тел сила тяжести на составные части системы существенного влияния не оказывает. Геометрическое продолжение областей, соответствующих разным типам взаимодействий между СТТ и преградой, позволяет делать прогноз о характере столкновения тел (пробитие, застревание или отскок).

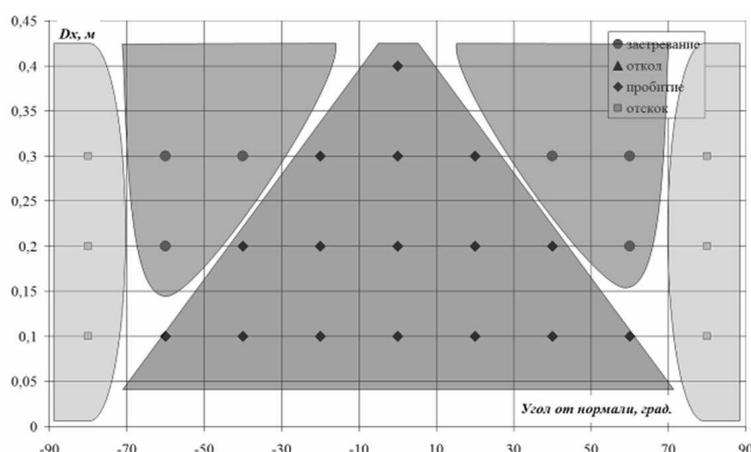


Рис. 8. Характер взаимодействия СТТ и преграды в зависимости от толщины пластины и угла подлета

## Выводы и заключение

Представлена постановка задачи динамического взаимодействия твердых тел, описывающая базовые переменные и принципы взаимодействия объектов. Основные законы взаимодействия включают в себя уравнения сохранения массы, импульса и энергии. Рассмотрены модели разрушения и пластичности, в которых предел текучести варьируется в зависимости от деформации, скорости деформации и температуры.

Рассмотрены результаты моделирования взаимодействий преграды и твердого тела для различных материалов и формы тел. Особое внимание уделено высокопрочным материалам. Форма твердых тел варьировалась от сферической, заостренной цилиндрической до составной.

Проиллюстрированы четыре типа взаимодействия твердого тела и преграды: застревание, отскок, пробитие и откол. Застревание характеризуется случаями с малыми скоростями твердого тела или большими толщинами преград. Отскок наблюдается при больших углах твердого тела по отношению к нормали. Случай пробития соответствует значительным уровням кинетической энергии твердого тела. Откольные явления возникают при больших толщинах преград и достаточных скоростях твердого тела и являются промежуточными вариантами между застреванием и пробитием.

Построены зависимости типа взаимодействия преграды и проникающего тела от угла проникновения, энергии и скорости. Кинетическая энергия является удобным инструментом для оценивания типа столкновения пластины и твердого тела, так как учитывает в своем составе скоростные и массовые параметры.

*Работа выполнена в рамках государственного задания ИжГТУ имени М.Т. Калашникова № 1.1481.2014/К.*

## Литература

1. Глазырин, В.П. Моделирование ударно-волнового нагружения функционально-градиентных материалов / В.П. Глазырин, М.Ю. Орлов, Ю.Н. Орлов // Известия вузов. Физика. – 2007. – Т. 50, № 9/2. – С. 65–73.
2. Фомин, В.М. Высокоскоростное взаимодействие тел / В.М. Фомин, А.И. Гулидов, Г.А. Сапожников и др. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999.

3. Афанасьева, С.А. Особенности деформирования и разрушения металлокерамических материалов при высокопрочном соударении / С.А. Афанасьева, Н.Н. Белов, А.А. Коняев и др. // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2002. – Т. 8, № 3. – С. 323–334.
4. Глушак, Б.Л. Разрушение деформируемых сред при импульсных нагрузках / Б.Л. Глушак, А.И. Рузанов, А.И. Садырин и др. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1992.
5. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986.
6. Lipanov, A.M. The Problem of Dispersion of Powder Materials by Explosion / A.M. Lipanov, A.V. Vakhrushev // International Applied Mechanics. – 1991. – V. 27, Issue 2. – P. 47–53.
7. Vakhrouchev, A.V. A Numerical Analysis of the Rupture of Powder Materials under the Power Impact Influence / A.V. Vakhrushev, A.M. Lipanov // Computers & Structures. – 1992. – V. 44, № 1/2. – P. 481–486.
8. Scheffler, D.R. Practical aspects of numerical simulation of dynamics events: material interfaces / D.R. Scheffler, J.A. Zukas // Int. J. Impact Engng. – 2000. – V. 24, № 8. – P. 821–842.
9. Borvik, T. Penetration of AA5083-H116 Aluminum Plates with Conical-Nose Steel Projectiles – Calculations / T. Borvik, M.J. Forrestal // Int. J. Impact Engng. – 2009. – V. 36, № 3. – P. 426–437.
10. Parshikov, A.N. Smoothed Particle Hydrodynamics Using Interparticle Interparticle Contact Algorithms / A.N. Parshikov, S.A. Medin // J. Comp. Phys. – 2002. – V. 180. – P. 358.
11. Потапов, А.П. Моделирование волновых процессов методом сглаженных частиц (SPH) / А.П. Потапов, С.И. Ройз, И.Б. Петров // Математическое моделирование. – 2009. – № 7. – С. 20–28.
12. Новацкий, В.К. Теория упругости / В.К. Новацкий. – М.: Мир, 1975.
13. Новацкий, В.К. Волновые задачи теории пластичности / В.К. Новацкий. – М.: Мир, 1978.
14. Медин, С.А. Развитие метода SPH и его применение в задачах гидродинамики конденсированных сред / С.А. Медин, А.Н. Паршиков // Теплофизика высоких температур. – 2010. – Т. 48, № 6. – С. 973–980.
15. Johnson, G.R. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates and High Temperatures / G.R. Johnson, W.H. Cook // Proc. of 7th Symposium on Ballistics, Hague, Netherlands. – 1983. – P. 541–547.

Алексей Матвеевич Липанов, доктор технических наук, академик, Председатель Президиума, Удмуртский научный центр УрО РАН (г. Ижевск, Российская Федерация), lipanov@udman.ru.

Александр Васильевич Вахрушев, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией «Механика наноструктур», Институт механики УрО РАН, заведующий кафедрой «Нанотехнологии и микросистемная техника», Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова (г. Ижевск, Российская Федерация), vakhrushev-a@yandex.ru.

Алексей Юрьевич Федотов, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник, лаборатория «Механика наноструктур», Институт механики УрО РАН (г. Ижевск, Российская Федерация), alezfed@gmail.com.

*Поступила в редакцию 9 сентября 2014 г.*

## Investigation of Dynamic Interactions of Solids by Methods of Mathematical Simulations

*A.M. Lipanov*, Udmurt Scientific Center, Ural Branch of RAS, Izhevsk, Russian Federation, lipanov@udman.ru,

*A.V. Vakhrouchev*, Institute of Mechanics, Ural Branch of RAS, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation, vakhrushev-a@yandex.ru,

*A.Yu. Fedotov*, Institute of Mechanics, Ural Branch of RAS, Izhevsk, Russian Federation, alezfed@gmail.com

High-speed impact loading of solids is widely used in engineering, industry, military affairs. In considering of this process the main problem is to study the level of destruction and fragmentation of interacting solids based on the calculation and analysis of stress-strain state. The destruction and fragmentation of obstacles, failure mode, the processes of spall fracture, the value of overload, integral resistance force introduction, the final depth of penetration rate in through the destruction of solids, studies of the effect of reinforcing the processes of destruction zone configuration shock interaction, movement solid in the barrier and free space are the main applied objectives of the study. The analysis of experimental data shows that the mechanisms of destruction are significantly change with variation in the parameters of the impacting body and barrier properties. Therefore, the simulation of these processes is a topical problem. The simulation of processes of penetration and destruction is usually performed using numerical methods: finite element method, and the method of smooth (antialiased) particles because of their complexity and interconnectedness.

The paper describes the methodology of the processes of dynamic interaction of solids. A mathematical model of the interaction includes the laws of conservation of mass, momentum and energy equations of state, the model of the stress-strain state of the materials. The numerical model is based on an approximation of the fundamental laws of conservation of explicit Euler equations. Interacting bodies are considered as a collection of particles with certain physical and mechanical properties. This model is called a smoothed particle hydrodynamics (SPH) method and is widely used in intensive dynamic loading of bodies, where there is a significant change in the topology of modeled objects.

*Keywords: theory of deformable solids; simulation; smoothed particle hydrodynamics; SPH; dynamic effects.*

## References

1. Glazyrin V.P., Orlov M.Yu., Orlov Yu.N. [Simulation of Shock-wave Loading of Functionally Graded Materials]. *Izvestiya vuz. Fizika*, 2007, vol. 50, no. 9/2, pp. 65–73. (in Russian)
2. Fomin V.M., Gulidov A.I., Sapozhnikov G.A. et al. *Vysokoskorostnoe vzaimodeystvie tel* [High-Speed Interaction of Bodies]. Novosibirsk, Publisher SB RAS, 1999. 600 p.
3. Afanas'eva S.A., Belov N.N., Konyaev A.A. et al. [Features of Deformation and Fracture of Materials with High Strength Metal-collision]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsiy* [Composite Mechanics And Design], 2002, vol. 8, no.3, pp. 323–334. (in Russian)
4. Glushak B.L., Ruzanov A.I., Sadyrin A.I. et al. *Razrushenie deformiruemykh sred pri impul'snykh nagruzkakh* [Destruction of Deformable Media in Pulsed Loads]. Nizhny Novgorod, Publisher UNN, 1992. 192 p.
5. Zienkiewicz O.C., Morgan K. *Finite Elements and Approximation*. N.Y., John Wiley & Sons, 1983. 352 p.

6. Lipanov A.M., Vakhrushev A.V. The Problem of Dispersion of Powder Materials by Explosion. *International Applied Mechanics*, 1991, vol. 27, issue 2, pp. 47–53.
7. Vakhrouchev A.V., Lipanov A.M. A Numerical Analysis of the Rupture of Powder Materials under the Power Impact Influence. *Computers & Structures*, 1992, vol. 44, no. 1/2, pp. 481–486.
8. Scheffler D.R., Zukas J.A. Practical Aspects of Numerical Simulation of Dynamics Events: Material Interfaces. *International Journal of Impact Engineering*, 2000, vol. 24, no. 8, pp. 821–842.
9. Borvik T. Penetration of AA5083-H116 Aluminum Plates with Conical-nose Steel Projectiles – Calculations. *International Journal of Impact Engineering*, 2009, vol. 36, no. 3. – pp. 426–437.
10. Parshikov A.N., Medin S.A. Smoothed Particle Hydrodynamics Using Interparticle Interparticle Contact Algorithms. *J. Comp. Phys.*, 2002, vol. 180, p. 358.
11. Potapov A.P., Royz S.I., Petrov I.B. [Simulation of Wave Processes using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations], 2009, no. 7, pp. 20–28. (in Russian)
12. Novatskiy V.K. Teoriya uprugosti [Theory of Elasticity]. Moscow, Mir, 1975. 872 p.
13. Novatskiy V.K. Volnovye zadachi teorii plastichnosti [Wave Problem in the Theory of Plasticity]. Moscow, Mir, 1978. 310 p.
14. Medin S.A., Parshikov A.N. Development of Smoothed Particle Hydrodynamics Method and its Application in the Hydrodynamics of Condensed Matter. *High Temperature*, 2010, vol. 48, no. 6, pp. 926–933.
15. Johnson G.R., Cook W.H. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates and High Temperatures. *Proc. of 7th Symposium on Ballistics*, Hague, Netherlands, 1983, pp. 541–547.

*Поступила в редакцию 9 сентября 2014 г.*